Lycée Fustel de Coulanges, Massy

Mathématiques

Contrôle commun de Seconde

Mardi 01 mars 2011

Durée de l'épreuve : 2 heures

L'usage de la calculatrice est autorisé. Aucun prêt de matériel n'est toléré.

La qualité de la rédaction et le soin seront pris en compte dans l'appréciation des copies.

Seule la feuille annexe est à remettre avec la copie.

Exercice 1 *(15 points)*

Partie A

Soit f une fonction définie sur $[-3\ ;5]$ représentée par la courbe donnée en annexe.

1°) a) Lire les images de 0 et 2 par la fonction f.
b) Lire les antécédents de 0 et de – 2.

2°) a) Dresser le tableau de variation de f
b) Donner le maximum de la fonction f. En quelle valeur est-il atteint ?

3°) a) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 3$
b) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq -1$
c) Si $x \in [-2\ ;\ 3]$, donner le meilleur encadrement possible pour $f(x)$.

4°) Soit g définie par $g(x) = 2x + 1$
a) Représenter, sur le graphique donné en annexe, la fonction g.
b) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$
c) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < g(x)$

Partie B

On donne maintenant l'expression de la fonction f dessinée ci-contre par : $f(x) = 4 - (x-1)^2$

1°) a) Développer et réduire l'expression $f(x)$.
b) Factoriser l'expression $f(x)$ et montrer que : $f(x) = (x+1)(3-x)$

2°) Calculer $f(2)$ et $f(-\sqrt{3})$.

3°) Déterminer par le calcul les antécédents de 0 par f.

4°) a) Résoudre l'équation $f(x) = 3$ par le calcul.
b) On rappelle que $g(x) = 2x + 1$, résoudre l'équation $f(x) = g(x)$ par le calcul.

Exercice 2 *(7 points)*

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

a) $2x - 3(x+2) = 4$

b) $-4x + 6 \leq 3x + 20$

c) $25x^2 - 30x + 9 = 0$

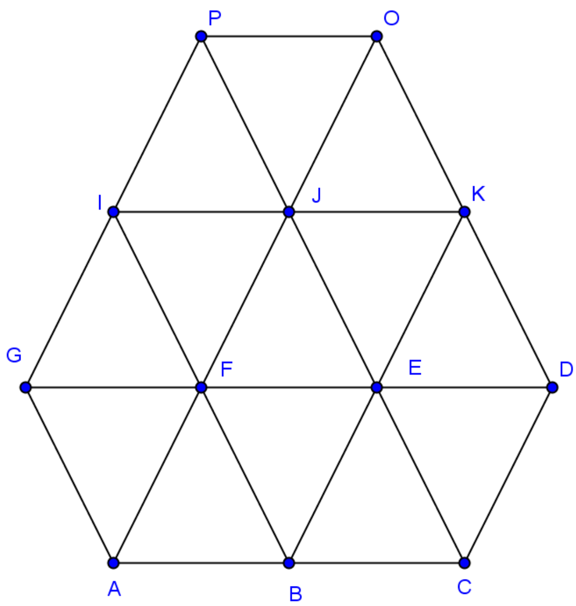
d) $(2x-1)^2 = 9$

e) $5x - \frac{x+1}{2} = 1$

f) $\frac{x-1}{5} + \frac{1}{3} \geq \frac{2x-1}{15} + \frac{1}{3}$

<u>Exercice 3</u> *(3 points)*

La figure ci-dessous est constituée de triangles isocèles de mêmes dimensions.



1°) Donner un vecteur égal à $\overrightarrow{\mathrm{JC}}$.

2°) Donner deux vecteurs opposés au vecteur $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$.

3°) Recopier sur la copie les égalités suivantes et compléter :

a) $\overrightarrow{\mathrm{EF}}+\overrightarrow{\mathrm{AF}}+\overrightarrow{\mathrm{BC}}=\overrightarrow{\mathrm{F}..}$

b) $\overrightarrow{\mathrm{BK}}-\overrightarrow{\mathrm{BA}}+\overrightarrow{\mathrm{KE}}=\overrightarrow{\mathrm{B}..}$

c) $\overrightarrow{\mathrm{GE}}+\overrightarrow{\mathrm{CA}}=\overrightarrow{\dots}$

d) $\overrightarrow{\mathrm{BC}}+\overrightarrow{\mathrm{ED}}=\overrightarrow{\dots}$

<u>Exercice 4</u> *(5 points)*

1°) Tracer sur votre copie un repère orthonormal $(0\,,\vec{\imath},\vec{\jmath})$. Placer dans ce repère les points $A\ (1\ ;\ -1)$, $B\ (-2\ ,\ 0)$ et $C\ (-3\ ;\ 3)$.

2°) Quelle est la nature du triangle *ABC* ? (le prouver).

3°) Soit *D* le symétrique de *B* par rapport à *A*. Calculer les coordonnées de *D*.

4°) Soit $E\ (-4\ ;\ 6)$. Placer le point *E* et montrer que *C* est le milieu de [*BE*].

5°) On considère le point *F* (5 ; – 15) (on ne demande pas de le placer !).
Est-ce que les droites (AF) et (EB) sont parallèles ? On justifiera par un calcul.

Exercice 5 *(4 points)*

Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Chaque bonne réponse rapporte 1 point, chaque mauvaise enlève 0,5 point ; l'absence de réponse vaut 0 point.
En cas de total négatif, la note de l'exercice est ramenée à 0.

Pour chacune des questions, écrivez sur votre copie le numéro de la question et recopiez la proposition juste. Aucune justification n'est demandée.
Attention : il ne faut rien écrire sur cette feuille.

1°) Si $x \in [-3\,;\,2]$, alors :

- $x \in [-5\,;\,1]$
- $x \in [-4\,;\,3]$
- $x \in [-2\,;\,1]$
- aucune de ces réponses

2°) f est une fonction strictement décroissante sur [0 ; 10] alors :

- $f(3) = f(7)$
- $f(5) \leq f(8)$
- f est négative
- aucune de ces réponses

3°) La proposition « ABCD est parallélogramme » est équivalente à :

- AB = DC
- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$
- $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$
- aucune de ces réponses

4°) Le nombre de solution de l'équation $x^2 + 1 = 0$ est :

- 0
- 1
- 2
- aucune de ces réponses

Exercice 6 *(6 points)*

Dans une classe de 30 élèves, seuls quatre élèves n'ont pas encore été interrogés en mathématiques : Arthur, Béatrice, Clément et David.
Le professeur décide d'en interroger deux le lundi, choisis au hasard parmi les quatre. Au premier, il donnera un exercice d'algèbre et au second un exercice de géométrie. Il doit donc établir une liste ordonnée de deux noms parmi les quatre cités ci-dessus.

1°) Construire un arbre et en déduire le nombre d'issues possibles.

2°) Soit E l'évènement : « Arthur est le premier élève interrogé »
Soit F l'évènement : « Les deux élèves interrogés sont des garçons »
Soit G l'évènement : « David est interrogé en géométrie »
Déterminer les probabilités des évènements E, F et G.

4°) Calculer la probabilité de l'évènement $F \cup G$.

5°) Définir par une phrase l'évènement $\overline{F}$, évènement contraire de F, et calculer sa probabilité.

6°) Le lendemain, ce professeur décide de procéder de la même manière, mais en choisissant au hasard 2 élèves parmi les 26 autres élèves.
Combien de choix peut-il ainsi effectuer ? (Expliquer le raisonnement)

Bonus : Sachant que sur ces 26 élèves, 15 sont des garçons, calculer la probabilité que, parmi les deux élèves interrogés le mardi, il y ait au moins une fille.

Nom : ……………………………………. **Classe :** …………….

ANNEXE

(Cette feuille est à rendre avec votre copie)

Exercice 1

Partie A :