

**Devoir Maison de mathématiques n° 1**  
*à rendre le 09 novembre 2011*

**Exercice n°1** (6 points)

Soit  $f$  une fonction définie sur l'intervalle  $[-5 ; 6]$  dont on connaît le tableau de variations (T.V.). De plus, on sait que  $f$  est strictement monotone sur chacun des trois intervalles du T.V. et que  $f(5) = 0$ .

$x$	-5	-1	2	6
$f(x)$	1		3	

- 1) Tracer une courbe susceptible de représenter cette fonction.
- 2) Parmi les affirmations suivantes, préciser si elles sont vraies ou fausses. On justifiera chaque réponse soit par une définition du cours ; soit par l'utilisation d'un contre-exemple illustré par la courbe construite dans la question 1) :
  - (a)  $f(0) < f(1)$  ?
  - (b)  $f(1) < f(3)$  ?
  - (c)  $0 < f(\pi-5) < 1$  ?
  - (d)  $f(5) - f(4) > 0$  ?

**Exercice n°2** (14 points)

**Recherche des dimensions d'un rectangle dont on connaît l'aire et le périmètre.**

Un rectangle ABCD a pour périmètre  $P = 14m$  et pour aire  $S = 12m^2$ .

- 1) Soient  $a$  et  $b$  les dimensions de ce rectangle.
  - a) Écrire le périmètre de ce rectangle en fonction de  $a$  et  $b$ .  
Puis déterminer l'ensemble I des valeurs possibles pour  $a$  et  $b$ .
  - b) Exprimer  $b$  en fonction de  $a$ . Puis exprimer  $S$  en fonction de  $a$  uniquement.
  - c) Montrer que  $a$  est solution de l'équation  $x(7 - x) = 12$ .
- 2) **1ère méthode** : On définit une fonction  $f$  sur l'ensemble I telle que :  $f(x) = x(7 - x) - 12$ .
  - a) Développer et réduire l'expression de  $f(x)$ .
  - b) Calculer les images de tous les nombres compris entre 0 et 7 avec un pas de 0,5 et reporter ces valeurs dans un tableau de valeurs.
  - c) Dans un repère orthonormé  $(O ; I ; J)$ , construire la courbe représentative de  $f$  avec  $OI = OJ = 1cm$ . (On pourra utiliser d'abord une calculatrice pour voir l'allure de la courbe).
  - d) Dresser le tableau de variations de  $f$  sur l'intervalle  $[0 ; 7]$ .
  - e) Résoudre graphiquement l'équation  $f(x) = 0$ . Que peut-on dire des solutions graphiques ?
  - f) En déduire les dimensions de ce rectangle ABCD.
- 3) **2ème méthode** : Montrer que pour tout  $x$  dans I :  $f(x) = -\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$ 
  - a) En utilisant une identité remarquable bien choisie, factoriser  $f(x)$  et montrer que  $f(x) = (x-3)(4-x)$
  - b) Résoudre algébriquement l'équation  $f(x) = 0$ .
  - c) En déduire les dimensions exactes de ce rectangle ABCD.