Lycée Fustel de Coulanges **1ère S1** **Samedi 22 octobre 2011**
91300 MASSY

Devoir Maison de mathématiques n° 2

à rendre le 05 novembre 2011

Exercice n°1 (5pts) ***Formules de changement de repère et transformations :***

1) Soit Ω le point de coordonnées (α ; β) et M le point de coordonnées (x ; y) dans le repère orthonormé (O ; $\vec{i}\,;\vec{j}$). M a pour coordonnées (X ; Y) dans le repère (Ω ; $\vec{i}\,;\vec{j}$).
   a) Écrire les vecteurs $\overrightarrow{OM}$ et $\overrightarrow{\Omega M}$ en fonction de $\vec{i}$ et $\vec{j}$.
   b) En utilisant la relation de Chasles $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{O\Omega}+\overrightarrow{\Omega M}$, déduire les formules de changement d'origine de repère : $\begin{cases} x=X+\alpha \\ y=Y+\beta \end{cases}$ et $\begin{cases} X=x-\alpha \\ Y=y-\beta \end{cases}$

2) Soit α un nombre réel. Soit C_f la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=(x-\alpha)^2$ dans un repère orthonormé (O ; $\vec{i}\,;\vec{j}$).
   a) Montrer en utilisant la définition et les fonctions de référence que f est strictement décroissante sur]– ∞ ; α] et strictement croissante sur [α ; + ∞ [.
   b) Dresser le tableau de variation de f , calculer son minimum et construire C_f .
   c) Soit Ω le point de coordonnées (α ; 0). Donnez les formules de changement d'origine du repère de (O ; $\vec{i}\,;\vec{j}$) au repère (Ω ; $\vec{i}\,;\vec{j}$).
   d) En déduire que la courbe C_f a pour équation $Y=X^2$ dans le nouveau repère.
   e) Quelle transformation géométrique a-t-on utilisée pour passer de l'ancien au nouveau repère. Que peut-on en déduire concernant la courbe C_f ?

Exercice n° 2 (5pts) ***Changement de repère et axe de symétrie.***

On considère la fonction f définie sur $D_f=\mathbb{R}\setminus\{2\}$ par : $f(x)=\dfrac{(x-1)(x-3)}{(x-2)^2}$

1. Soit C_f la courbe représentative de f dans le repère (O ; $\vec{i}\,;\vec{j}$). C_f construite à l'aide d'une calculatrice ou d'un logiciel semble présenter un axe de symétrie.
   Soit Ω le point de coordonnées (2 ; 0). Donnez les formules de changement d'origine du repère de (O ; $\vec{i}\,;\vec{j}$) au repère (Ω ; $\vec{i}\,;\vec{j}$). [*Cf.* exercice ci-dessus].
2. La courbe C_f a pour équation $y=f(x)$, $x\neq 2$, dans le repère de (O ; $\vec{i}\,;\vec{j}$).
   Établir son équation $Y=F(X)$ dans le nouveau repère (Ω ; $\vec{i}\,;\vec{j}$) en précisant son domaine de définition D_F .
3. Montrer que la fonction F est *paire*. Que peut-on en déduire graphiquement ?
4. Reprendre les questions précédentes avec le point Ω ' de coordonnées (2 ; β) où β est un réel quelconque. Conclure.

Exercice n° 3 (4pts) ***Changement de repère et centre de symétrie.***

On considère la fonction f définie sur $D_g=\mathbb{R}\setminus\{3\}$ par : $g(x)=\dfrac{(x-2)^2}{(2x-6)}$

1) Soit C_g la courbe représentative de g dans le repère (O ; $\vec{i}\,;\vec{j}$). C_g construite à l'aide d'une calculatrice ou d'un logiciel semble présenter un centre de symétrie.
   Soit Ω le point de coordonnées (3 ; 1). Donnez les formules de changement d'origine du repère de (O ; $\vec{i}\,;\vec{j}$) au repère (Ω ; $\vec{i}\,;\vec{j}$).

2) La courbe C_g a pour équation $y=g(x)$, $x\neq 3$, dans le repère de (O ; $\vec{i}\,;\vec{j}$). Établir son équation $Y=G(X)$ dans le nouveau repère (Ω ; $\vec{i}\,;\vec{j}$) en précisant son domaine de définition D_G .
3) Montrer que la fonction G est *impaire*. Que peut-on en déduire graphiquement ?
4) Peut-on choisir une autre origine Ω ' pour obtenir le même résultat ?

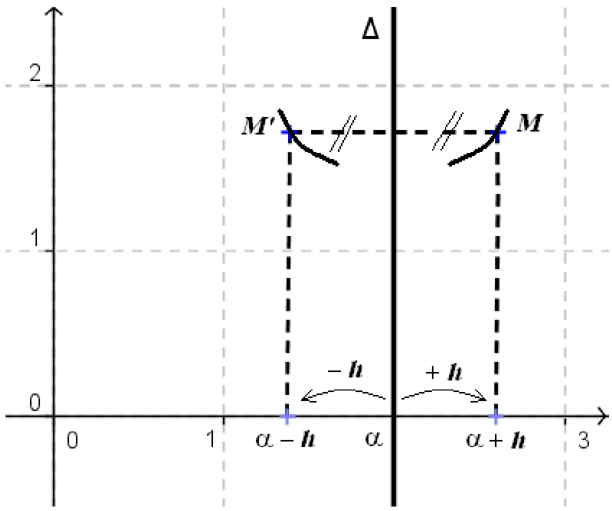
Autre méthode pour déterminer les éléments de symétrie d'une courbe

Exercice n° 4 (3pts)

On dit que D est ***centré en α*** si et seulement si : pour tout $h\in\mathbb{R}$:

[Si $\alpha+h\in D$ alors $\alpha-h\in D$]

On considère une fonction f définie sur son domaine de définition D_f *centré en* α et C_f la courbe représentative de f dans le repère orthogonal (O ; $\vec{i}\,;\vec{j}$).



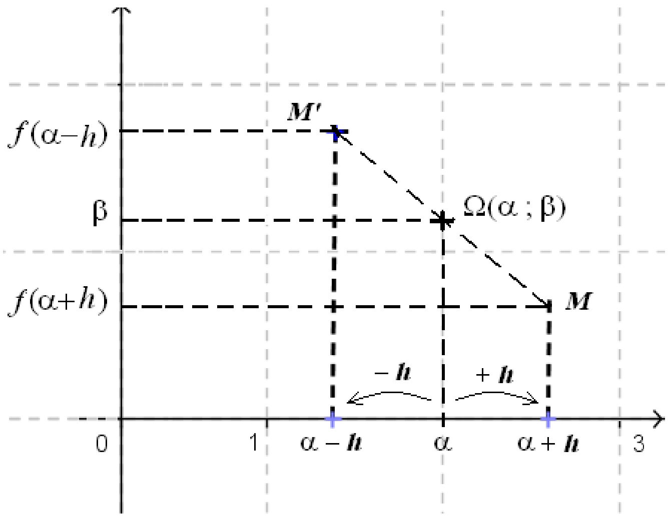
La courbe C_f admet un ***axe de symétrie*** Δ d'équation $x=\alpha$ si et seulement si : pour tout $h\in\mathbb{R}$:

$$f(\alpha+h)=f(\alpha-h)$$

En appliquant cette méthode à la fonction f de l'exercice n°2, montrer que C_f admet un ***axe de symétrie***

Exercice n° 5 (3pts)

On considère une fonction g définie sur son domaine de définition D_g *centré en* α et C_g la courbe représentative de g dans le repère orthogonal (O ; $\vec{i}\,;\vec{j}$).



La courbe C_g admet un ***centre de symétrie*** Ω (α ; β) si et seulement si : pour tout $h\in\mathbb{R}$

$$\frac{f(\alpha+h)+f(\alpha-h)}{2}=\beta$$

En appliquant cette méthode à la fonction g de l'exercice n°3, montrer que C_g admet un ***centre de symétrie***