

Pourcentages. Taux d'évolution.

Exercice n°1 (Extrait *adapté* d'un exercice du Bac ES Nouvelle Calédonie - Wallis-et-Futuna du 28 février 2018)

On étudie les abonnements à un grand quotidien entre 2011 et 2015.

Le tableau suivant indique, pour chaque année de 2011 à 2015, le nombre d'abonnés.

Année	2011	2012	2013	2014	2015
Nombre d'abonnés	620214	610156	575038	578282	...?...
Taux d'évolution annuel	-	- 1,62%	...?...	0,56%	- 3,98%
Taux d'évolution par rapport à l'année 2011	-	- 1,62%	- 7,28%	- 6,76%	-10,47%

1°) Déterminer par le calcul, le taux d'évolution annuel en pourcentages entre 2012 et 2013.

2°) Déterminer le nombre d'abonnés en 2015. On donnera 2 méthodes de calcul.

3°) Si suppose que le nombre d'abonnés entre 2011 et 2013 a évolué avec le même taux t , calculer t , appelé *le taux d'évolution moyen annuel* entre 2011 et 2013 ;

4°) Le taux d'évolution moyen annuel entre 2011 et 2015 est environ de $-2,73\%$.

Si on suppose que la tendance continue de la même manière ; calculer le nombre d'abonnés prévus en 2016 puis en 2018.

Corrigé de l'exercice n°1

1°) Pour calculer *le taux d'évolution annuel en pourcentages*, entre 2012 et 2013,

On utilise la formule :

$$t = \frac{\text{Valeur}_{\text{finale}} - \text{Valeur}_{\text{initiale}}}{\text{Valeur}_{\text{initiale}}} \times 100$$

Donc :

$$t = \frac{V_{2013} - V_{2012}}{V_{2012}} \times 100$$

Ce qui donne :

$$t = \frac{575038 - 610156}{610156} \times 100 = -5,75557...$$

On arrondit au centième près ; ce qui donne $t = -5,76\%$

Conclusion. Le taux d'évolution annuel en pourcentages entre 2012 et 2013 est de :

- 5,76%. Comme $t < 0$, il s'agit d'une **diminution**.

2°) Pour calculer le nombre d'abonnés en 2015, on peut utiliser deux méthodes

1ère méthode : On utilise l'évolution entre 2014 et 2015. On connaît le taux d'évolution $t = -3,98\%$.

Il suffit de multiplier par le coefficient multiplicateur : $k = 1 + t$. Ici, le taux d'évolution annuel entre 2014 et 2015 est : $t = -3,98\% = -0,0398$.

Donc : $k = 1 - 0,0398 = 0,9602$.

Comme $k = \frac{V_{2015}}{V_{2014}}$, on a : $V_{2015} = V_{2014} \times k = 578282 \times 0,9602 = 555266,3764$

En arrondissant à l'unité, on trouve le nombre d'abonnés en 2015.

Conclusion. Le nombre d'abonnés en 2015 est donc : **555 266 abonnés.**

2ème méthode : On utilise l'évolution entre 2011 et 2015. On connaît le taux d'évolution $t' = -10,47\%$.

Il suffit de multiplier par le coefficient multiplicateur : $k' = 1 + t'$. Ici, le taux d'évolution entre 2011 et 2015 est : $t' = -10,47\% = -0,1047$.

Donc : $k = 1 - 0,1047 = 0,8953$.

Comme $K = \frac{V_{2015}}{V_{2011}}$, on a : $V_{2015} = V_{2011} \times K = 620214 \times 0,8953 = 555277,5942$

En arrondissant à l'unité, on trouve le nombre d'abonnés en 2015.

Conclusion. Le nombre d'abonnés en 2015 est donc : **555 278 abonnés.**

Remarque. Nous ne trouvons pas (exactement) la même valeur avec les deux méthodes. Comme les différents taux ont été arrondis à chaque période, les résultats sont très légèrement différents (10 abonnés sur 555 000) !

3°) On suppose que le nombre d'abonnés entre 2011 et 2013 a évolué avec le même taux t . Calculons la valeur de t en pourcentage, arrondie au centième près.

On a alors le schéma suivant :



Le coefficient multiplicateur pour chaque période est de : $k = 1 + t$.

Donc le coefficient multiplicateur entre 2011 et 2013 est égal à $K = k^2 = (1 + t)^2$.

Ce qui donne : $1 + t = \sqrt{K}$.

D'autre part : $K = \frac{V_{2013}}{V_{2011}} = \frac{575038}{620214} = 0,9271606\dots$

Donc : $\sqrt{K} = \sqrt{0,9271606252} = 0,962891 \dots$

Maintenant : $1+t = 0,962891 \dots$

Donc : $t = 0,962891 - 1 = -0,037109 \dots$

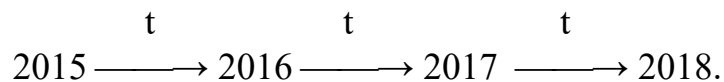
En multipliant par 100, puis en arrondissant au centième, on obtient : $t = -3,71\%$.

Conclusion. Le taux d'évolution moyen annuel entre 2011 et 2013 est de **-3,71%**.

Cela signifie que le nombre d'abonnés a évolué de la même manière entre 2011 et 2012 puis entre 2012 et 2013.

4°) Le taux d'évolution moyen annuel entre 2011 et 2015 est environ de $-2,73\%$.
Si on suppose que la tendance continue de la même manière ; calculer le nombre d'abonnés prévus en 2016 puis en 2018.

On a alors le schéma suivant :



Le coefficient multiplicateur pour chaque période est de : $k = 1 + t$, avec $t = -0,0273$.

En particulier, entre 2015 et 2016 il est égal à : $k = 1 + t = 1 + (-0,0273) = 0,9727$

Comme $k = \frac{V_{2016}}{V_{2015}}$, on a : $V_{2016} = V_{2015} \times k = 555266 \times 0,9727 = 540107,2382$

En arrondissant à l'unité, on trouve le nombre d'abonnés en 2016.

Conclusion. Le nombre d'abonnés en 2016 est donc : **540 107 abonnés.**

Entre 2015 et 2018, il y a trois périodes, donc le coefficient multiplicateur est égal à :

$$K = k^3 = (1+t)^3 = (0,9727)^3 = 0,9203155236$$

On a alors : $V_{2018} = V_{2015} \times 0,9203155236 = 511019,9195$

En arrondissant à l'unité, on trouve le nombre d'abonnés en 2018.

Conclusion. Le nombre d'abonnés en 2018 est donc : **511020 abonnés.**