

Chapitre 2

Statistiques.

1. Quelques rappels.

Une série statistique est composée de valeurs. Le nombre de fois où une valeur est répétée s'appelle *l'effectif partiel* de cette valeur.

La somme des effectifs donne *l'effectif total* de la série statistique.

On calcule *la fréquence* d'une valeur en pourcentage, en effectuant le calcul suivant :

$$f = \frac{\text{Effectif partiel}}{\text{Effectif total}} \times 100 = \frac{n}{N} \times 100$$

2. Moyenne pondérée.

Propriété: Pour obtenir la moyenne d'une série statistique:

1. on multiplie chaque valeur (ou centre de classe) par l'effectif partiel correspondant;
2. on additionne les produits ainsi obtenus;
3. on divise cette somme par l'effectif total.

On parle, dans ce cas, de *moyenne pondérée* par les effectifs.

Exemple 1:

On considère la série statistique suivante :

Notes	9	10	11	12	14
Coefficient	6	4	8	5	1

Pour calculer la moyenne pondérée, on effectue le calcul suivant:

$$\text{Moyenne} = \frac{6 \times 9 + 4 \times 10 + 8 \times 11 + 5 \times 12 + 1 \times 14}{6 + 4 + 8 + 5 + 1} = \frac{256}{24} \approx 10,7$$

Exemple 2:

On considère la série statistique suivante, représentant la répartition du temps mis pour aller à l'école dans une classe de Quatrième de 25 élèves:

Temps	[0;5[[5;10[[10;15[[15;20[[20;30[
Effectifs	3	7	8	5	2
Centre de la classe	2,5	7,5	12,5	17,5	25

Les valeurs de cette série sont groupées par classe. Autrement dit, on ne connaît pas avec précision les valeurs de la série. Pour calculer la moyenne pondérée d'une telle série, il faut prendre une valeur approchée pour chacune des classes. On utilise **le centre de la classe** : moyenne des valeurs extrêmes de chaque classe.

Centre de la classe $[0;5[$: $\frac{0+5}{2} = 2,5$. Centre de la classe $[5;10[$: $\frac{5+10}{2} = 7,5$. etc...

$$\text{Moyenne} = \frac{3 \times 2,5 + 7 \times 7,5 + 8 \times 12,5 + 5 \times 17,5 + 2 \times 25}{3 + 7 + 8 + 5 + 2} = \frac{297,5}{25} = 11,9$$

3. Comparaison de séries statistiques.

3.1. Médiane d'une série statistique.

Définition: Dans une série statistique est ordonnée, la médiane est la valeur qui partage cette série en deux parties de même effectif.

Il y a donc autant de valeurs inférieures à la médiane que de valeurs supérieures.

Méthode pour trouver la médiane d'une série:

1. Ordonner la série statistique (ordre croissant)
2. Calculer l'effectif total.
3. Rechercher le rang de la médiane :
 - Si l'effectif total est un nombre **impair**, la médiane est **la valeur centrale**.
 - Si l'effectif total est **pair**, toute valeur comprise entre les deux valeurs centrales peut être considéré comme la médiane. En général, on prend **la moyenne des deux valeurs centrales**.

3.2. Etendue. Notion de dispersion.

Définition: **L'étendue** d'une série statistique est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur de la série.

Notion de dispersion:

Exemple : **Série A** : 2 ; 10 ; 10 ; 10 ; 10 ; 10 ; 18. **Série B** : 2 ; 5 ; 7 ; 10 ; 13 ; 15 ; 18.

Dans les deux séries, il y a 7 valeurs, la médiane est égale à la valeur centrale : **m = 10**.

Ces deux séries statistiques A et B ont la même moyenne, la même médiane et la même étendue. Elles ne se ressemblent pas ! Les valeurs de la série A sont très resserrées, puisque la majorité des valeurs est égale à 10, alors que les valeurs de la série B sont très dispersées, puisque ces valeurs sont très différentes.

3.3. Quartiles

Définition : Etant donné une série de valeurs rangées par ordre croissant :

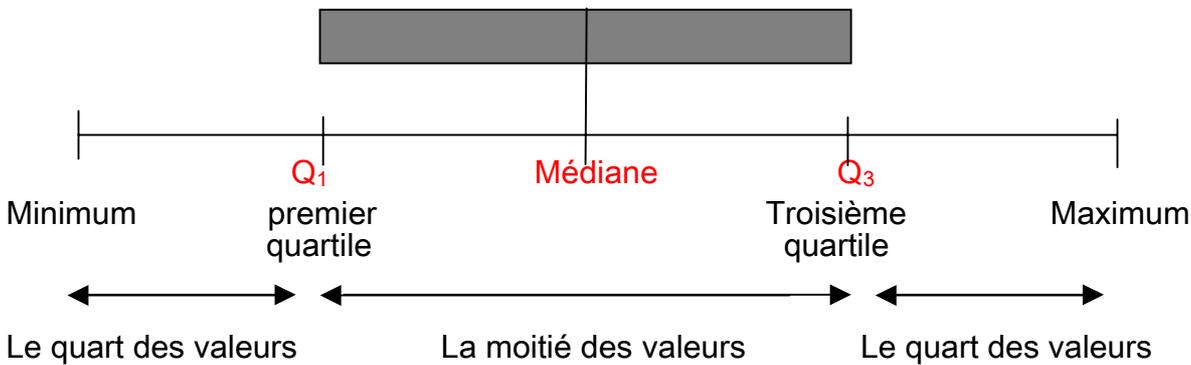
Le premier quartile est égal à la plus petite valeur Q_1 des termes de la série pour laquelle au moins 25% des données sont inférieures ou égales à Q_1 .

Le troisième quartile est égal à la plus petite valeur Q_3 des termes de la série pour laquelle au moins 75% des données sont inférieures ou égales à Q_3 .

Remarque : Le **deuxième quartile** n'est autre que le médiane, qui correspond à 50% des effectifs de la série statistique.

En pratique :

Soit une série statistique. Pour chercher les quartiles, on partage la série en 4 groupes de même effectif. On peut représenter ces quartiles dans **un diagramme en boîte** comme suit :

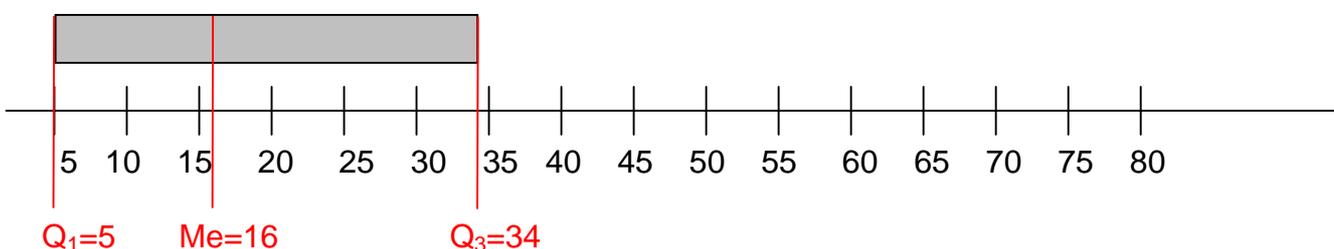


Exemple : Trouver le premier et le troisième quartiles de la série et construire son digramme en boîte : 20 ; 52 ; 31 ; 4 ; 78 ; 5 ; 34 ; 4 ; 9 ; 10 ; 45 ; 12.

1^o) Recherche des quartiles

- Je range les valeurs par ordre croissant : 4 ; 4 ; 5 ; 9 ; 10 ; 12 ; 20 ; 31 ; 34 ; 45 ; 52 ; 78.
- Je compte le nombre n de valeurs : Il y en a 12.
- Je divise n par 4 et j'obtiens *le rang du 1^{er} quartile* : $12 \div 4 = 3$.
Donc le **1^{er} quartile est la troisième valeur. $Q_1 = 5$.**
- J'obtiens *le rang du 3^{ème} quartile* par le calcul : $(n \div 4) \times 3 = (12 \div 4) \times 3 = 9$.
Donc le **3^{ème} quartile est la neuvième valeur. $Q_3 = 34$.**
- Bien évidemment, comme le nombre de valeurs est pair, **la médiane** est égale à la moyenne des deux valeurs centrales : $m = (12+20) \div 2 = 16$. Donc **$m = 16$.**

2^o) Construction du diagramme en boîte :



4. Tableau des effectifs et quartiles

4.1. Effectifs cumulés croissants

Exemple 1. : Après avoir lancé 57 fois un dé à six faces , Alexandre a obtenu les résultats suivants. Complète la ligne des effectifs cumulés croissants puis calcule la médiane, puis le 1^{er} et le 3^{ème} quartiles.

N°Face	1	2	3	4	5	6
Effectifs	11	6	12	15	6	7
Effectifs Cumulés Croissants	11	17	29	44	50	57

Le 1 apparaît 11 fois, le 2 apparaît 6 fois, le 3 apparaît 12 fois,...

Le nombre de fois où il a obtenu un résultat moins de 2 est : **11 fois ;**

Le nombre de fois où il a obtenu un résultat moins de 3 est : $11+6 =$ **17 fois ;**

Le nombre de fois où il a obtenu un résultat moins de 4 est : $11+6+12 =$ **29 fois ;**

Le nombre de fois où il a obtenu un résultat moins de 5 est : $11+6+12 +15 =$ **44 fois ;**

Le nombre de fois où il a obtenu un résultat moins de 6 est : $11+6+12 +15 + 6 =$ **50 fois ;...**

La médiane :

Les valeurs sont déjà rangées par ordre croissant. L'effectif total est égal à 57 ; **nombre impair**, donc la médiane est égale à **la valeur centrale**. Soit ; la 29^{ème} valeur, c'est-à-dire **Me =3**.

Les quartiles :

Les valeurs sont déjà rangées par ordre croissant.

On divise 57 par 4. On obtient $57 \div 4 =$ **14,25**. Donc le 1^{er} quartile est la 15^{ème} valeur : **Q₁=2**.

De même, $(57 \div 4) \times 3 =$ **42,75**. Donc le 3^{ème} quartile est la 43^{ème} valeur : **Q₂=4**.

Exemple 2. : On donne la répartition selon la taille en cm d'un groupe de 41 personnes.

Compléter la ligne des effectifs cumulés croissants et trouver **la classe médiane**.

Tailles en centimètres	[160 ;164[[164 ;168[[168 ;172[[172 ;176[[176 ;180[[180 ;184[
Effectifs	1	14	2	7	15	2
Effectifs Cumulés Croissants	1	15	17	24	39	41

Les valeurs sont déjà rangées par ordre croissant.

L'effectif total est égal à 41 ; **nombre impair**, donc la médiane est égale à **la valeur centrale**.

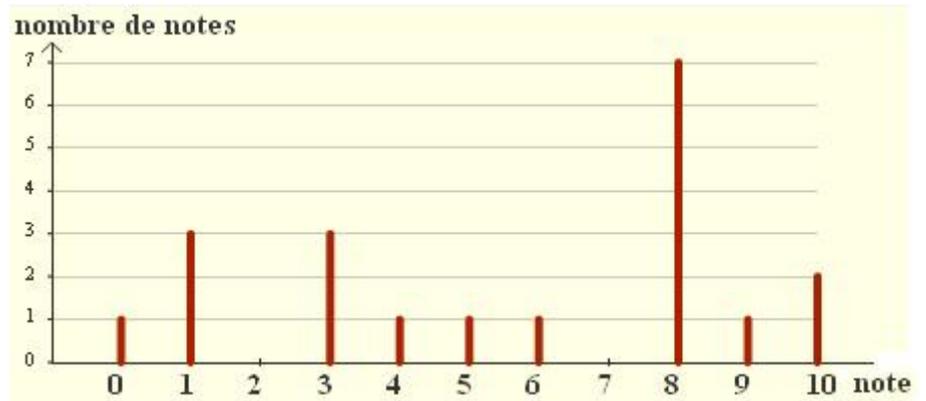
Soit la 21^{ème} valeur. Mais ici, on n'a pas les valeurs exactes, les **valeurs sont groupées en**

classes. Donc, la classe médiane est la classe qui contient la 21^{ème} valeur, entre 172 et 176.

Donc la classe médiane est **[172 ;176 [**.

Exemple 3. : Voici ci-contre le diagramme en bâtons donnant les notes des élèves d'une classe de 3^{ème} au dernier contrôle

1°) Trouver l'étendue de cette série statistique.



2°) Dresser le tableau des effectifs, puis des effectifs cumulés de cette série statistique.

3°) En déduire la médiane, puis le 1^{er} et le 3^{ème} quartiles.

1°) L'étendue de la série est égale à la différence entre la plus grande et la plus petite valeur de la série :

$$E = N_{\max} - N_{\min}$$

$$E = 10 - 0$$

$$E = 10$$

2°) Tableau des effectifs

Notes	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Effectifs	1	3	0	3	1	1	1	0	7	1	2
E.C.C.	1	4	4	7	8	9	10	10	17	18	20

La médiane :

Les notes sont déjà rangées par ordre croissant.

L'effectif total est égal à 20 ; **nombre pair**, donc la médiane est égale à toute valeur comprise entre les deux valeurs centrales. Soit entre la 10^{ème} et la 11^{ème} valeur ; c'est-à-dire entre 7 et 8.

En général, on prend la moyenne des deux valeurs centrales :

$$Me = (7+8)/2 = 7,5$$

Les quartiles :

Les notes sont déjà rangées par ordre croissant.

$20 \div 4 = 5$. Donc le 1^{er} quartile est égal à toute valeur comprise entre la 5^{ème} et la 6^{ème} valeur.

En général, on prend la moyenne de ces deux valeurs. Donc : $Q_1 = (1+2)/2 = 1,5$.

De même $(20 \div 4) \times 3 = 15$. Donc le 3^{ème} quartile est égal à toute valeur comprise entre la 15^{ème} et la 16^{ème} valeur. En général, on prend la moyenne de ces deux valeurs.

$$Donc : Q_3 = (8+8)/2 = 8.$$