Fiche Bac – Dérivation

1) Nombre dérivé en un point

Soit f une fonction définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$ et $a \in I$ .On dit que la fonction ***f* *est dérivable en a*** si le taux d'accroissement de f entre a et $a+h$ tend vers un ***nombre réel fini***, noté ***f '(a)***, lorsque h tend vers 0 (à droite et à gauche) et on écrit :

$$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h} \quad \text{ou encore} \quad f'(a)=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

Le nombre f '(a), lorsqu'il existe, s'appelle le nombre dérivé de f en a et désigne le coefficient directeur de la droite tangente à la courbe au point d'abscisse a.

2) Équation de la droite tangente

Théorème 1.

Soit f une fonction définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$ et $a \in I$. Si f est dérivable en a et a pour nombre dérivé $f'(a)$, alors la droite $\mathbf{T}_a$ passant par le point $A(a, f(a))$ et de coefficient directeur $f'(a)$, est **tangente à la courbe** $\mathbf{C}_f$ au point A. Son équation est donnée par :

$$y=f'(a)(x-a)+f(a)$$

3) Tableau des dérivées des fonctions simples et composées

Soient u et v deux fonctions définies et dérivables sur un intervalle I de $\mathbb{R}$ et $k \in \mathbb{R}$. Alors, les dérivées des ***fonctions composées*** peuvent « ***se déduire*** » facilement des dérivées des ***fonctions simples*** par « ***multiplication par u'*** »

Fonctions simples	Fonctions dérivées	Fonctions composées	Fonctions dérivées
$f(x) = k$	$f'(x) = 0$	$u + v$	$u' + v'$
$f(x) = x$	$f'(x) = 1$	$k.u$	$k.u'$
$f(x) = ax+b$	$f(x) = a$	$u\,v$	$u'v + uv'$
$f(x) = x^2$	$f'(x) = 2x$	u^2	$2\,\boldsymbol{u'}\,u$
$f(x) = x^3$,	$f(x) = 3x^2$,	u^3	$3\,\boldsymbol{u'}\,u^2$
$f(x) = x^n,\ n \geqslant 1$	$f(x) = n\,x^{n-1}$	u^n	$n\,\boldsymbol{u'}\,u^{n-1}$
$f(x)=\sqrt{x}$	$f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$\sqrt{u}$; $u(x) \geqslant 0$;	$\dfrac{\boldsymbol{u'}}{2\sqrt{\boldsymbol{u}}}$; $u(x) > 0$
$f(x)=\dfrac{1}{x}$	$f'(x)=-\dfrac{1}{x^2}$	$\dfrac{1}{v}$; $v(x) \neq 0$	$-\dfrac{\boldsymbol{v'}}{\boldsymbol{v}^2}$; $v(x) \neq 0$

Fonctions simples	Fonctions dérivées	Fonctions composées	Fonctions dérivées
$f(x)=\frac{1}{x}$	$f'(x)=-\frac{1}{x^2}$	$\frac{u}{v}$; $v(x)\neq 0$	$\frac{u'v-uv'}{v^2}$ $v(x)\neq 0$
$f(x)=\sin x$ $f(x)=\cos x$ $f(x)=e^x$ $f(x)=\ln x$; $x>0$	$f'(x)=\cos x$ $f'(x)=-\sin x$ $f(x)=e^x$ $f'(x)=\frac{1}{x}$; $x>0$	$\sin(u)$ $\cos(u)$ $\exp(u)$ $\ln(u)$; $u(x)>0$	$u'\cos(u)$ $-u'\sin(u)$ $u'\exp(u)$ $\frac{u'}{u}$; $u(x)>0$

4) Exercices

Exercice 1.

Déterminer les domaines de définition des fonctions suivantes :

1°) $f(x)=\frac{2x^2+3}{x-2}$; 2°) $f(x)=\sqrt{x^2-3}$; 3°) $f(x)=\frac{2x}{\sqrt{x^2+x-2}}$.

Exercice 2.

Déterminer *les* domaines de définition et de dérivabilité de la fonction suivante et calculer sa dérivée : $f(x)=(x-1)\sqrt{x-1}$.

Exercice 3.

Calculer les dérivées des fonctions définies par les expressions suivantes :

1°) $f(x)=2x^3-5x^2+x-\sqrt{2}$; 2°) $f(x)=-\frac{2}{3}x^3+\frac{2}{x}$; 3°) $f(x)=\frac{3x^2+4x-7}{5}$;

4°) $f(x)=5x^2+\frac{4\sqrt{x}}{3}$; 5°) $f(x)=2\sin x+3\cos x$.

Exercice 4.

Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

1°) $f(x)=5(2x^2-3)^3$; 2°) $f(x)=(2x^2-1)\sqrt{x}$; 3°) $f(x)=\frac{2x^2+3x+1}{x-2}$;

4°) $f(x)=\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^3$; 5°) $f(x)=\sqrt{x^2-1}$; 6°) $f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x+2}}$; 7°) $f(x)=x^2\sin(3x)$

Exercice 5.

Déterminer l'équation de la droite tangente à la courbe de la fonction donnée au point indiqué.

1°) $f(x)=2x^2+3x-5$ en $a=-1$;

2°) $f(x)=\sin(2x)$ en $a=\frac{\pi}{3}$.

CORRIGÉ

Exercice 1.

Déterminer les domaines de définition des fonctions suivantes :

1°) $f(x)=\dfrac{2x^2+3}{x-2}$

Une expression contenant un dénominateur, existe si et seulement si ce dénominateur est non nul. Donc :

$$x\in D_f \text{ (ssi) } x-2\neq 0$$
$$\text{(ssi) } x\neq 2.$$

Par conséquent : $\boxed{D_f=\mathbb{R}\setminus\{2\}}$ ou encore $\boxed{D_f=]-\infty;2[\cup]2\ ;+\infty[}$.

2°) $f(x)=\sqrt{x^2-3}$

Une expression contenant une racine carrée, existe si et seulement si l'expression sous la racine carrée est positive ou nulle. Donc :

$$x\in D_f \text{ (ssi) } x^2-3\geqslant 0$$
$$\text{(ssi) } x^2-(\sqrt{3})^2\geqslant 0$$
$$\text{(ssi) } (x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})\geqslant 0.$$

Or, pour connaître le signe d'un trinôme du second degré, il suffit de connaître ses racines et le signe de *a* (son coefficient de x^2).

Ici, les racines sont $-\sqrt{3}$ et $\sqrt{3}$ avec $a=1$.

Comme $a>0$, les branches de la parabole sont positives, donc le trinôme est positif « ***à l'extérieur des racines*** ». Autrement dit :

$$x\in D_f \text{ (ssi) } x<-\sqrt{3} \text{ ou } x\geqslant\sqrt{3}$$
$$\text{(ssi) } x\in]-\infty;-\sqrt{3}] \text{ ou } x\in[\sqrt{3};+\infty[$$

Par conséquent : $\boxed{D_f=]-\infty;-\sqrt{3}]\cup[\sqrt{3};+\infty[}$

3°) $f(x)=\dfrac{2x}{\sqrt{x^2+x-2}}$.

Une expression contenant une racine carrée, existe si et seulement si l'expression sous la racine carrée est positive ou nulle. Donc :

$$x\in D_f \text{ (ssi) } x^2+x-2\geqslant 0 \textit{ et } x^2+x-2\neq 0 \text{ (racine carrée et dénominateur)}$$
$$\text{(ssi) } x^2+x-2>0$$

Je calcule le discriminant pour déterminer les racines du trinôme s'il en existe.

Or, ici *a* = 1 ; *b* =1 et *c* = 2. Donc $\Delta=b^2-4ac=1-4\times1\times(-2)=9$.

$\Delta>0$. Donc le trinôme admet deux racines qui sont : $x_1=-2$ et $x_2=1$.

Comme $a>0$, les branches de la parabole sont positives, donc le trinôme est positif « ***à l'extérieur des racines*** ». Autrement dit :

$x \in D_f$ (ssi) $x<-2$ ou $x \geqslant 1$

(ssi) $x \in]-\infty ; -2[$ ou $x \in]1 ; +\infty[$

Par conséquent : $\boxed{D_f =]-\infty ; -2[\cup]1 ; +\infty[}$

Exercice 2.

Déterminer *les* domaines de définition et de dérivabilité de la fonction suivante et calculer sa dérivée : $f(x)=(x-1)\sqrt{x-1}$.

Domaine de définition

$f(x)=(x-1)\sqrt{x-1}$

$x \in D_f$ (ssi) $x-1 \geqslant 0$

(ssi) $x \geqslant 1$

(ssi) $x \in [1 ; +\infty[$

Par conséquent : $D_f = [1 ; +\infty[$

La fonction f est définie sur $D = \boxed{[1 ; +\infty[}$

Domaine de dérivabilité

On pose : $u(x)=x-1$. u est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $u'(x)=1$.

D'après le cours, la fonction f définie par $f(x)=\sqrt{u(x)}$ est dérivable pour tout x tel que $u(x)>0$ et non dérivable au point x tels que $u(x)=0$.

Or, $u(x)>0$ si set seulement si $x > 1$

et $u(x)=0$ si set seulement si $x=1$.

On distingue deux cas :

– **Étude la dérivabilité de *f* pour *x* > 1** :

D'après le cours, (on est sûr que) la fonction f est dérivable sur $I =]1 ; +\infty[$.

Or, $(\sqrt{u})'=u'2\sqrt{u}$ et $(uv)'=u'v+uv'$, donc pour tout $x > 1$, on a :

$$f'(x)=1\times\sqrt{x-1}+(x-1)\times\frac{1}{2\sqrt{x-1}} \qquad =\sqrt{x-1}+\frac{x-1}{2\sqrt{x-1}}=\frac{3(x-1)}{2\sqrt{x-1}}$$

Donc : $\boxed{f'(x)=\frac{3}{2}\sqrt{x-1} \text{ pour tout } x>1.}$

– **Étude la dérivabilité de *f* en *x* = 1**.

En un point, on revient à la définition. On calcule le taux d'accroissement de f en 1.

on a : $\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}=\dfrac{(1+h-1)\sqrt{1+h-1}-(1-1)\sqrt{1-1}}{h}=\dfrac{h\sqrt{h}-0}{h}=\sqrt{h}$.

Donc : $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\sqrt{h}=0$.

Ce qui montre que la fonction *f* est (aussi) dérivable en $x=1$ et $\boxed{f'(1)=0.}$

Si on calcule $f'(1)$ dans la formule précédente de $f'(x)$, on obtient :

$f'(1)=\frac{3}{2}\sqrt{1-1}=0.$ Ainsi, la formule précédente est valable pour tout $x\geqslant 1.$

Par conséquent, la fonction *f* est dérivable sur son domaine de définition $[1;+\infty[$ et pour tout $x\in[1;+\infty[$:

$$\boxed{f'(x)=\frac{3}{2}\sqrt{x-1}}$$

<u>Conclusion</u>. Le domaine de dérivabilité de la fonction *f* est égal à son domaine de définition, à savoir : $D_{f'}=D_f=[1;+\infty[$. CQFD

<u>Exercice 3</u>.

Calculer les dérivées des fonctions définies par les expressions suivantes :

1°) $f(x)=2x^3-5x^2+x-\sqrt{2}$; 2°) $f(x)=-\frac{2}{3}x^3+\frac{2}{x}$; 3°) $f(x)=\frac{3x^2+4x-7}{5}$;

4°) $f(x)=x^3(x^2-4x+3)$; 5°) $f(x)=\frac{x^2+1}{x-2}$; 6°) $f(x)=5x^2+\frac{4\sqrt{x}}{3}$;

7°) $f(x)=2x\sin x+3\cos x.$

1°) $f(x)=2x^3-5x^2+x-\sqrt{2}$

(ici, $\sqrt{2}$ est une constante pour induire en erreur !)

La fonction *f* est une fonction polynôme, donc *f* est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x\in\mathbb{R}$, on a :

$$f'(x)=2\times 3x^2-5\times 2x+1-0$$

Donc : $\boxed{f'(x)=6x^2-10x+1}$

2°) $f(x)=-\frac{2}{3}x^3+\frac{2}{x}$

On remarque d'abord que $f(x)=-\frac{2}{3}x^3+2\times\frac{1}{x}$

La fonction *f* est <u>*composée de fonctions définies et dérivables*</u> sur $\mathbb{R}^*$ et pour tout $x\in\mathbb{R}^*$, on a :

$$f'(x)=-\frac{2}{3}\times 3x^2+2\times\left(\frac{-1}{x^2}\right)$$

On simplifie par 3 et on obtient pour tout $x \in \mathbb{R}$: $\boxed{f'(x) = -2x^2 - \frac{2}{x^2}}$

3°) $f(x) = \frac{3x^2 + 4x - 7}{5}$

Ici le quotient est un *leurre* ! En effet pour tout $x \in \mathbb{R}$, on peut écrire :

$$f(x) = \frac{3}{5}x^2 + \frac{4}{5}x - \frac{7}{5}$$

La fonction *f* est donc une fonction polynôme, donc *f* est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f'(x) = \frac{3}{5} \times 2x + \frac{4}{5} \times 1 - 0$$

Donc : $\boxed{f'(x) = \frac{6}{5}x + \frac{4}{5}}$

4°) $f(x) = x^3(x^2 - 4x + 3)$

La fonction *f* est une fonction polynôme, donc *f* est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

On peut procéder de deux manières :

1ère manière :

On développe (et on réduit), puis on dérive une fonction polynôme comme d'habitude :

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f(x) = x^3 \times x^2 - x^3 \times 4x + x^3 \times 3$$

$$f(x) = x^5 - 4x^4 + 3x^3$$

Donc : $f'(x) = 5x^4 - 4 \times 4x^3 + 3 \times 3x^2$

Ce qui donne :

$$\boxed{f'(x) = 5x^4 - 16x^3 + 9x^2}$$

2ème manière :

La fonction *f* est le produit de deux fonctions *u* et *v* et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = x^5 + 2x \\ u'(x) = 5x^4 + 2 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} v(x) = x^2 - 4x + 3 \\ v'(x) = 2x - 4 \end{cases}$$

D'autre part, on sait que : $(uv)' = u'v + uv'$. Donc, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f'(x) = (5x^4 + 2)(x^2 - 4x + 3) + (x^5 + 2x)(2x - 4)$$

Ce qui donne après développement et réduction :

$$\boxed{f'(x) = 5x^4 - 16x^3 + 9x^2}$$

5°) $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x-2}$

La fonction *f* est *composée de fonctions définies et dérivables* sur $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ et pour tout $x\in\mathbb{R}\setminus\{2\}$ on pose :

$$\begin{cases} u(x)=x^2+1 \\ u'(x)=2x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} v(x)=x-2 \\ v'(x)=1 \end{cases}$$

D'autre part, on sait que : $\left(\dfrac{u}{v}\right)'=\dfrac{u'v-uv'}{v^2}$. Donc, pour tout $x\in\mathbb{R}$, on a :

$$f'(x)=\frac{2x(x-2)-(x^2+1)\times 1}{(x-2)^2}$$ Surtout, je ne développe pas le dénominateur !

$$f'(x)=\frac{2x(x-2)-(x^2+1)\times 1}{(x-2)^2}$$

D'où : $\boxed{f'(x)=\dfrac{x^2-2x-1}{(x-2)^2}}$

6°) $f(x)=5x^2+\dfrac{4\sqrt{x}}{3}$

Tout d'abord, on peut réécrire *f* (*x*) autrement pour simplifier. En effet, pour tout $x\geqslant 0$:

$$f(x)=5x^2+\frac{4}{3}\sqrt{x}$$

La fonction *f* est composée de fonctions définies sur $[0\,;+\infty[$ et dérivables sur $]0\,;+\infty[$. Donc, *f* est définie sur $[0\,;+\infty[$ et dérivable sur $]0\,;+\infty[$.

(Comme il y a une racine carrée ***isolée***, *f* n'est pas dérivable en 0 d'après le cours) !

Or, on sait que pour tout $x>0$: $(\sqrt{x})'=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

Donc : $f'(x)=5\times 2x+\dfrac{4}{3}\times\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ puis on simplifie par 2 pour obtenir :

$$\boxed{f'(x)=10x+\frac{2}{3\sqrt{x}}}$$

7°) $f(x)=2x\sin x+3\cos x.$

La fonction *f* est composée de fonctions définies et dérivables sur $\mathbb{R}$. Donc, *f* est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. De plus, on sait que pour tout $x\in\mathbb{R}$, on a :

La fonction **sin** est ***sympathique***, donc sa dérivée est définie par : $(\sin x)'=\cos x.$

La fonction **cos** est ***contrariante***, donc sa dérivée est définie par : $(\cos x)'=-\sin x.$

(*Merci Damien pour le moyen mnémotechnique* !)

Donc, pour tout $x\in\mathbb{R}$, on a :

$f'(x)=(2x)'\sin x+(2x)(\sin x)'+3\times(\cos x)'$
$f'(x)=2\sin x+2x\cos x+3(-\sin x)$
$\boxed{f'(x)=2x\cos x-\sin x}$

Exercice 4.
Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

1°) $f(x)=5(2x^2-3)^3$; 2°) $f(x)=(2x^2-1)\sqrt{x}$; 3°) $f(x)=\dfrac{2x^2+3x+1}{x-2}$;
4°) $f(x)=\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)^3$; 5°) $f(x)=\sqrt{x^2-1}$; 6°) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x-1}{x+2}}$; 7°) $f(x)=x^2\sin(3x)$

1°) $f(x)=5(2x^2-3)^3$
La fonction *f* est composée de fonctions définies et dérivables sur $\mathbb{R}$. Donc, *f* est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. De plus, pour tout $x\in\mathbb{R}$, on pose :

$$\begin{cases} u(x)=2x^2-3 \\ u'(x)=4x \end{cases} \text{ et } f(x)=5(u(x))^3.$$

et on sait que $(u^3)'=3\times u'\times u^{3-1}=3u'u^2$.
Donc, pour tout $x\in\mathbb{R}$, (le coefficient 5 extérieur reste dans le produit) :

$$f'(x)=5\times3\times4x\times(2x^2-3)^2$$

D'où : $\boxed{f'(x)=60x(2x^2-3)^2}$

2°) $f(x)=(2x^2-1)\sqrt{x}$ (forme 1)
On peut réécrire $f(x)$ sous une autre forme en distribuant. En effet, pour tout $x\geqslant 0$:

$$f(x)=2x^2\sqrt{x}-\sqrt{x} \text{ (forme 2).}$$

La fonction *f* est composée de fonctions définies sur $[0;+\infty[$ et dérivables sur $]0;+\infty[$. Donc, *f* est définie sur $[0;+\infty[$ et dérivable sur $]0;+\infty[$.
(Ici aussi, comme il y a une racine carrée ***isolée***, f n'est pas dérivable en 0 d'après le cours) ! On peut dériver la forme 1 ou la forme 2 :

<u>1ère manière</u> : On dérive la 1ère forme : $f(x)=(2x^2-1)\sqrt{x}$

On sait que pour tout $x>0$: $(\sqrt{x})'=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

Donc : $f'(x)=(2x^2-1)'\times\sqrt{x}+(2x^2-1)\times(\sqrt{x})'$

$$f'(x)=4x\times\sqrt{x}+(2x^2-1)\times\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Donc : $f'(x)=4x\sqrt{x}+\dfrac{2x^2-1}{2\sqrt{x}}$

En réduisant au même dénominateur, on obtient :

$$f'(x)=\frac{8x^2}{2\sqrt{x}}+\frac{2x^2-1}{2\sqrt{x}} \quad .$$

Ce qui donne : $\boxed{f'(x)=\frac{10x^2-1}{2\sqrt{x}}}$

2ème manière : On dérive la 2ème forme : $f(x)=2x^2\sqrt{x}-\sqrt{x}$.

On sait que pour tout $x>0$: $(\sqrt{x})'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$

Donc : $f'(x)=(2x^2)'\times\sqrt{x}+(2x^2)\times(\sqrt{x})'-\frac{1}{2\sqrt{x}}$

$$f'(x)=4x\times\sqrt{x}+2x^2\times\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

donc : $f'(x)=4x\sqrt{x}+\frac{2x^2-1}{2\sqrt{x}}$

On retrouve le même résultat. Ce qui donne après réduction au même dénominateur, pour tout $x>0$: $\boxed{f'(x)=\frac{10x^2-1}{2\sqrt{x}}}$

3°) $f(x)=\frac{2x^2+3x+1}{x-2}$

La fonction *f* est *composée de fonctions définies et dérivables* sur $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ et pour tout $x\in\mathbb{R}\setminus\{2\}$ on pose :

$$\begin{cases} u(x)=2x^2+3x+1 \\ u'(x)=2x+3 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} v(x)=x-2 \\ v'(x)=1 \end{cases}$$

D'autre part, on sait que : $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$. Donc, pour tout $x\in\mathbb{R}\setminus\{2\}$, on a :

$$f'(x)=\frac{(2x+3)(x-2)-(2x^2+3x+1)\times 1}{(x-2)^2}$$

Surtout, je ne développe pas le dénominateur ! On obtient alors :

$$f'(x)=\frac{2x^2-4x+3x-6-2x^2-3x-1}{(x-2)^2}$$

On réduit le numérateur. Ce qui donne :

$$\boxed{f'(x)=\frac{-4x-7}{(x-2)^2}}$$

4°) $f(x)=\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^3$

La fonction f est composée de fonctions définies et dérivables sur $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ Donc, f est définie et dérivable sur $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. De plus, pour tout $x\in\mathbb{R}\setminus\{1\}$ on pose :

$$w(x)=\frac{x+1}{x-1} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} u(x)=2x^2-3 \\ u'(x)=4x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} v(x)=x-1 \\ v'(x)=1 \end{cases}$$

On a d'une part, on sait que : $w'=\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$. Donc, pour tout $x\in\mathbb{R}\setminus\{2\}$:

$$w'(x)=\frac{1(x-1)-(x+1)\times 1}{(x-1)^2}=\frac{-2}{(x-1)^2}$$

D'autre part, on sait que : $f(x)=(w(x))^3$ et $(w^3)'=3\times w'\times w^2$.

Donc, pour tout $x\in\mathbb{R}\setminus\{2\}$:

$$f'(x)=3\times\left(\frac{-2}{(x-1)^2}\right)\times\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2$$

Donc : $f'(x)=\frac{-2}{(x-1)^2}\times\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2$

Ce qui donne : $\boxed{f'(x)=\frac{-2(x+1)^2}{(x-1)^4}}$.

5°) $f(x)=\sqrt{x^2-1}$

Tout d'abord, on cherche le domaine de définition.

$x\in D_f$ (ssi) $x^2-1\geqslant 0$

(ssi) $(x-1)(x+1)\geqslant 0$

(ssi) $x\leqslant -1$ ou $x\geqslant 1$

(ssi) $x\in]-\infty;-1]$ ou $x\in[1\ ;+\infty[$

Ainsi, le domaine de définition de f est : $\boxed{D_f=]-\infty;-1]\cup[1\ ;+\infty[.}$

Pour tout $x\in D_f$, on pose : $\begin{cases} u(x)=x^2-1 \\ u'(x)=2x \end{cases}$

La fonction $x\rightarrow\sqrt{u(x)}$ est dérivable pour tout x tel que $u(x)>0$ et non dérivable aux bornes pour lesquelles $u(x)=0$.

Par conséquent f est dérivable sur $\boxed{D_{f'}=]-\infty;-1[\cup]1\ ;+\infty[}$ et non dérivable en –1 ni en 1. De plus : $(\sqrt{u(x)})'=\frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$. Donc, pour tout $x\in]-\infty;-1[\cup]1\ ;+\infty[$:

$$\boxed{f'(x)=\frac{2x}{\sqrt{x^2-1}}}$$

A SUIVRE...