Chapitre 1

Organiser des calculs

enchaînement des opérations

1. Calculs avec parenthèses

Règle 1: *Dans une suite de calculs, il faut d'abord effectuer les calculs entre parenthèses en commençant par les parenthèses les plus « intérieures ».*

Exemples :

$A = (8 + 2) \times 5$
$A = 10 \times 5$
$\boxed{A = 50}$
$B = 8 + (2 \times 5)$
$B = 8 + 10$
$\boxed{B = 18}$

$C = 2,5 \times [18 - (4 \times (5 - 2))]$
$C = 2,5 \times (18 - (4 \times 3))$
$C = 2,5 \times (18 - 12)$
$C = 2,5 \times 6$
$\boxed{C = 15}$

Remarque : Les crochets jouent le rôle de « *grandes parenthèses* » lorsqu'il y'en a plusieurs

2. Calculs sans parenthèses

Règle 2 : *Dans une suite de calculs sans parenthèses, il faut d'abord effectuer les multiplications et les divisions, puis effectuer les additions et les soustractions (sans changer l'ordre des termes).*

Définition: On dit que la multiplication et la division sont prioritaires sur les additions et les soustractions.

Exemples :

$A = 8 + 2 \times 5$
$A = 8 + 10$
$\boxed{A = 18}$

$B = 8 \times 4 - 12 \div 3$
$B = 32 - 4$
$\boxed{B = 28}$

<u>Règle 3 :</u> *Si une suite de calculs ne contient que des additions et des soustractions, ou que des multiplications et des divisions, on effectue les calculs dans l'ordre des opérations de gauche à droite.*

<u>Exemples :</u>

A = 8 + 2 – 7
A = 10 – 7
$\boxed{A = 3}$

B = 8 x 3 ÷ 2
B = 24 ÷ 2
$\boxed{B = 12}$

3. Avec des écritures fractionnaires

<u>Règle 2 :</u> *l'écriture* $\frac{a}{b}$ *représente le quotient exact de la division de* a *par b.*

Autrement dit : $\frac{a}{b} = a \div b$. *« le numérateur divisé par le dénominateur ».*

<u>Exemple :</u> On donne les nombres : a = 8 ; b = 5 et c = 2.

Poser les opérations en ligne puis effectuer les calculs en respectant les priorités :

A = 8 + 5 x 2
A = 8 + 10
$\boxed{A = 18}$

B = 8 + $\frac{5}{2}$
B = 8 + 5 ÷ 2
B = 8 + 2,5
$\boxed{B = 10,5}$

C = $\frac{8+5}{2}$
C = $\frac{13}{2}$
C = $13 \div 2$
$\boxed{C = 6,5}$

D = $\frac{8+4}{5-2}$
D = $\frac{12}{3}$
D = 12 ÷ 3
$\boxed{D = 4}$

Remarque : Lorsqu'il y a des opérations avec une écriture fractionnaire, on effectue d'abord les opérations au numérateur et au dénominateur, AVANT d'effectuer la division.

4. Usage de la calculatrice

Calculer à la main puis à la calculatrice :

A la main :

A = 5,5 x [3 + (7 + 2 – 3)] ÷ 5
A = 5,5 x [3 + (9 – 3)] ÷ 5
A = 5,5 x (3 + 6) ÷ 5
A = 5,5 x 9 ÷ 5
A = 49,5 ÷ 5
$\boxed{A = 9,9}$

A la calculatrice : 5,5 $\boxed{x}$ $\boxed{(}$ 3 $\boxed{+}$ $\boxed{(}$ 7 $\boxed{+}$ 2 $\boxed{-}$ 3 $\boxed{)}$ $\boxed{)}$ $\boxed{\div}$ 5 $\boxed{EXE}$, on obtient : $\boxed{9,9}$

5. La distributivité de la multiplication.

Propriété 1 : *Pour multiplier un nombre par une somme, on peut effectuer les calculs de deux manières :*

– On calcule d'abord la somme puis on effectue la multiplication

– On peut multiplier ce nombre par chaque terme, puis on calcule la somme,

On obtient le même résultat.

Quels que soient les nombres k, a et b, on a :

$$\boxed{k \times (a + b) = k \times a + k \times b}$$

Propriété 2 : *Pour multiplier un nombre par une différence, on peut effectuer les calculs de deux manières :*

– On calcule d'abord la différence puis on effectue la multiplication

– On peut multiplier ce nombre par chaque terme, puis on calcule la différence,

On obtient le même résultat.

Quels que soient les nombres k, a et b, on a :

$$\boxed{k \times (a - b) = k \times a - k \times b}$$

Définition: On dit que la multiplication est distributive par rapport à l'addition et à la soustraction.

Exemples : Calculer de deux manières : A = 5 x (2+8) et B = 1,5 x (7,5 – 3,5)

1ère manière : Respecter la priorité des parenthèses :

A = 5 x (2+8)	B = 1,5 x (7,5 – 3,5)
A = 5 x 10	B = 1,5 x 4
$\boxed{A = 50}$	$\boxed{B = 6}$

2ème manière : Utiliser la distributivité :

A = 5 x 2 + 5 x 8	B = 1,5 x 7,5 – 1,5 x 3,5
A = 10 + 40	B = 11,25 – 5,25
$\boxed{A = 50}$	$\boxed{B = 6}$

Bien sûr, on obtient le même résultat avec les deux manières et il y a toujours une manière plus facile que l'autre !

Remarque : En l'absence de signe d'opération, il s'agit d'une multiplication.

Inversement, on peut supprimer le signe de multiplication x lorsque cela ne conduit pas à une confusion :

Exemples :

Entre deux lettres	a x b = ab
Entre un chiffre et une lettre	2 x a = 2a
Entre une lettre et une parenthèse	a x (b + 5) = a (b + 5)
Entre un chiffre et une parenthèse	2 x (a + 1) = 2 (a + 1)
Entre deux parenthèses	(a – 2) x (b + 5) = (a – 2) (b + 5)

Mais attention ! Ne pas supprimer le signe x entre deux chiffres ! $\boxed{3 \times 5 \neq 35}$.

6. Développer. Factoriser.

Développer

k x (a + b) = k x a + k x b

k x (a – b) = k x a – k x b

Factoriser

Définitions : – Développer, c'est transformer un produit en une somme ou une différence.

– Factoriser, c'est écrire l'expression sous la forme d'un produit de facteurs.

Exemples :

1°) Développer les expressions suivantes puis calculer si c'est possible :

A = 2 (5 + 7)	B = 2 (a – 3)	C = 5 (a + b)	D = a ($x + y$)
A = 2 x 5 + 2 x 7	B = 2 x a – 2 x 3	C = 5 x a + 5 x b	D = a x x + a x y
A = 10 + 14	$\boxed{B = 2a - 6}$	$\boxed{C = 5a + 5b}$	$\boxed{D = ax + ay}$
$\boxed{A = 24}$			

2°) Factoriser l'expression suivante : E = 1,27x6,8 + 1,27x3,2 et calculer astucieusement :

Pour cela, il faut chercher un facteur commun aux deux termes.

Cette expression est composée de deux termes ; chacun est un produit. Les deux produits contiennent un facteur commun. E = 1,27x 6,8 + 1,27x 3,2. Puis on applique la propriété 1 dans l'autre sens ! On obtient : E = 1,27x (6,8 + 3,2).

Finalement, on simplifie : E = 1,27 x10 donc $\boxed{E = 12,7}$.

3°) Factoriser l'expression suivante : E = 8a –12. Pour cela, il faut chercher un facteur commun aux deux termes. Or, 8 = 4x2 et 12 = 4x3. Donc E = 4 x 2a – 4 x 3.
On obtient : E = 4 x (2a – 3) qu'on peut simplifier par : E = 4(2a – 3).

7. Application au calcul mental

Exemples : Multiplication par 11, par 9, par 21, par 19, …

$$26 \times 11 = 26 \times (10 + 1) = 26 \times 10 + 26 \times 1 = 260 + 26 = \boxed{286}$$

$$26 \times 9 = 26 \times (10 - 1) = 26 \times 10 - 26 \times 1 = 260 - 26 = \boxed{234}$$

$$26 \times 21 = 26 \times (20 + 1) = 26 \times 20 + 26 \times 1 = 520 + 26 = \boxed{546}$$

$$26 \times 19 = 26 \times (20 - 1) = 26 \times 20 - 26 \times 1 = 520 - 26 = \boxed{494}$$