Chapitre 2

Généralités sur les fonctions

Fonctions de références et fonctions associées

Ce que dit le programme :

Étude de fonctions *Fonctions de référence* $x \to \sqrt{x}$ *et* $x \to \|x\|$	*Connaître les variations de ces deux fonctions et leur représentation graphique.* *1. Démontrer que la fonction racine carrée est croissante sur* $[0;+\infty[$. 2. Justifier les positions relatives des courbes représentatives des fonctions $x \to x$, $x \to x^2$ et $x \to \sqrt{x}$	*Aucune technicité dans l'utilisation de la valeur absolue n'est attendue.*
Sens de variation des fonctions $u+k$, λu , $\sqrt{u}$ *et* $\frac{1}{u}$, *la fonction u étant connue, k étant une fonction constante et* λ *un réel.*	*Exploiter ces propriétés pour déterminer le sens de variation de fonctions simples.*	*On nourrit la diversité des raisonnements travaillés dans les classes précédentes en montrant à l'aide de contre-exemples qu'on ne peut pas énoncer de règle générale donnant le sens de variation de la somme ou du produit de deux fonctions.* *L'étude générale de la composée de deux fonctions est hors programme.*

I. Ensemble de définition d'une fonction

Définition 1.

Soit D un intervalle ou une réunion d'intervalles de $\mathbb{R}$. Une fonction f de D dans $\mathbb{R}$ est une correspondance qui à tout nombre $x \in D$ fait associer *un nombre réel et un seul* noté $f(x)$. On note :

$$f : D \to \mathbb{R}$$
$$x \mapsto y = f(x)$$

Le nombre y s'appelle *l'image* de x, et x s'appelle ***un*** *antécédent* de y par la fonction f dans D.

Définition 2.

L'*ensemble* ou *domaine de définition* d'une fonction f est l'ensemble de **tous** les réels x pour lesquels $f(x)$ existe ou est calculable. On le note D_f .

Pour tout $x \in \mathbb{R}$ [$x \in D_f$ si, et seulement si, *f(x) existe et est unique*]

Remarque

Lorsqu'on étudie une fonction, il est nécessaire de donner d'abord son domaine de définition. On peut alors l'étudier sur tout intervalle I contenu dans D_f .

On distingue, en général, deux conditions d'existence :
C1 : Une expression algébrique dans un dénominateur doit être différente de zéro ;
C2 : Une expression sous la racine carrée doit être positive ou nulle.

D'autres conditions s'ajouteront en étudiant de nouvelles fonctions.

Exemples :

Ex. 1°) Soit *f* la fonction définie par $f(x)=3x^2-5x+7$
Cette fonction est définie pour tout nombre $x\in\mathbb{R}$ et ne pose aucun problème d'existence. Donc son domaine de définition est $D_f=\mathbb{R}$.

Ex. 2°) Soit *f* la fonction définie par $f(x)=\dfrac{3x^2-5}{x^2-4x+3}$
f(x) contient une expression au dénominateur. Donc, il faut chercher et exclure ***les valeurs interdites*** (v.i.) qui annulent le dénominateur.

Soit $x\in\mathbb{R}$
x est une valeur interdite ssi $x^2-4x+3=0$

On résout une équation du second degré: $\Delta=b^2-4ac=(-4)^2-4\times1\times3=16-12=4$
$\Delta=4>0$ donc cette équation admet deux solutions : $x_1=1$ et $x_2=3$.

Les valeurs interdites sont 1 et 3. Donc le domaine de définition est $D_f=\mathbb{R}\setminus\{1\,;3\}$.

Ex. 3°) Soit *f* la fonction définie par $f(x)=\sqrt{3x^2-6}$.
f(x) contient une expression sous la racine carrée. Donc, il faut chercher et exclure les valeurs interdites (v.i.) qui rendent négative cette expression, *ou bien* chercher directement les valeurs pour lesquelles cette expression est positive ou nulle.

Soit $x\in\mathbb{R}$
$x\in D_f$ ssi $3x^2-6\geq0$. On obtient une inéquation du second degré que nous savons résoudre. On cherche les racines et on applique le théorème [ou on (re)fait un tableau de signes] :

$x\in D_f$ ssi $3x^2-6\geq0$ ssi $3(x^2-2)\geq0$ ssi $x^2-2\geq0$ ssi $(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})\geq0$

Les racines sont donc $x_1=-\sqrt{2}$ et $x_2=\sqrt{2}$. Or, on sait que « un trinôme du second degré est du signe de *a* à l'extérieur des racines ». Donc
$3x^2-6\geq0$ ssi $x\leqslant-\sqrt{2}$ ou $x\geqslant\sqrt{2}$.
Conclusion : Le domaine de définition de *f* est D_f =]–∞ ;– $\sqrt{2}$]∪[$\sqrt{2}$; +∞[.
(les bornes sont comprises).

Remarque. Pour la fonction définie par $f(x)=\frac{3x}{\sqrt{x^2-2}}$ les bormes seront exclues car la racine est aussi au dénominateur, donc les deux conditions doivent être vérifiées.

2. Comparaison de fonctions

Définition 3.

Soit I un intervalle de $\mathbb{R}$. Soient f et g deux fonctions définies sur I.
On dit que *les fonctions f et g sont égales sur* I si et seulement si :

Pour tout $x \in$ I : $[\ f(x) = g(x)\ ]$

On note alors : $f = g$ sur I.

Exemples :

Soient f et g deux fonctions définies sur I = $\mathbb{R}$ par

$f(x) = x$ et $g(x) = \frac{x^2}{x}$

Les domaines de définition de f et g sont $D_f=\mathbb{R}$ et $D_g=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Dores et déjà, ces deux fonctions ne sont pas égales sur $\mathbb{R}$, puisque pour $x = 0$, $f(0)=0$ et $g(0)$ n'existe pas !
Alors que, sur $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ ou tout intervalle ou réunion d'intervalles I de $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, on a bien : $0 \notin$ I donc pour tout $0 \in$ I : $f(x) = x$ et $g(x) = x^2/x = x$ donc $f(x) = g(x)$.

Conclusion. Les deux fonctions f et g ne sont pas égales sur $\mathbb{R}$, mais elles sont *égales* sur $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ ou tout intervalle ou réunion d'intervalles I de $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Définition 4.

Soit I un intervalle ou une réunion d'intervalles de $\mathbb{R}$.
Soient f et g deux fonctions définies sur I. On dit que :

- ¦ est *inférieure à* g sur I lorsque : pour tout $x \in I$: [$f(x)\leq g(x)$] ou encore pour tout $x \in I$: [$f(x)-g(x)\leq 0$]. On note : $f\leq g$ sur I.
- f est *positive* sur I lorsque : pour tout $x \in I$: [$f(x)\geq 0$].
  On note : $f\geq 0$ sur I.
- f est *majorée* sur I s'il existe $M\in\mathbb{R}$ tel que : pour tout $x \in I$: [$f(x)\leq M$].
- f est *minorée* sur I s'il existe $m\in\mathbb{R}$ tel que : pour tout $x \in$ I : [$f(x)\geq m$].
- f est *bornée* sur I s'il existe deux réels m et M tels que :
  pour tout $x \in$ I : [$m\leq f(x)\leq M$] (f est donc minorée et majorée).

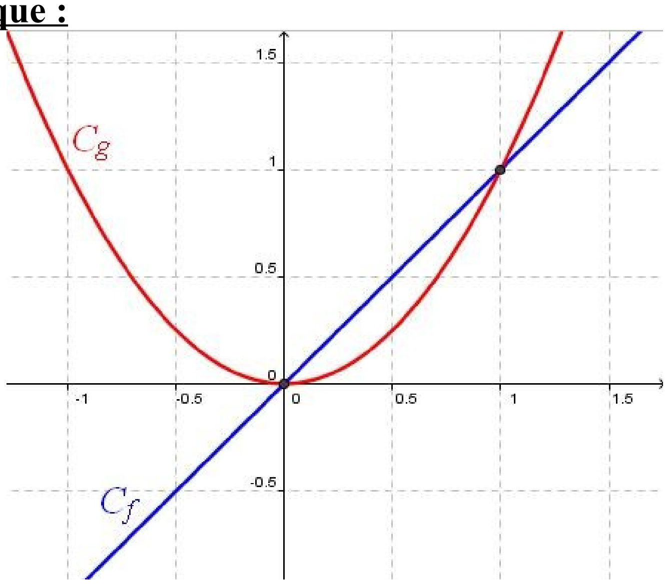
Exemples :

Ex. 1°) Comparer les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par :
pour tout $x\in\mathbb{R}$: $f(x)=x$ et $g(x)=x^2$.

Pour cela, nous allons étudier le le signe de la différence $f(x) - g(x)$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a : $f(x) - g(x) = x - x^2 = x(1-x)$. Nous avons 2 racines 0 et 1. Donc le « trinôme » est du signe de $a = -1$, à l'extérieur des racines.

Pour tout $x \in \mathbb{R}$:
$f(x) - g(x) < 0$ ssi $x \in]-\infty ;0 [\cup]1; +\infty[$. donc $f < g$ sur $]-\infty ;0 [\cup]1; +\infty[$
et $f(x) - g(x) > 0$ ssi $x \in]0 ;1[$. donc $f > g$ sur $]0 ;1[$

Illustration graphique :



Ex.2°) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : pour tout $x \in \mathbb{R}$ $g(x) = 2 + \sin x$.
Montrer que la fonction g est bornée et donner un encadrement de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$.

On sait que pour tout $x \in \mathbb{R}$: $-1 \leq \sin x \leq +1$ donc, en ajoutant 2 aux trois membres,
on obtient : pour tout $x \in \mathbb{R}$: $2-1 \leq 2 + \sin x \leq 2+1$
Donc pour tout $x \in \mathbb{R}$: $1 \leq g(x) \leq 3$
Par conséquent, g est bornée et la courbe de g est entièrement comprise entre les deux droites d'équations $y = 1$ et $y = 3$.

Ex.3°) Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ par : $h(x) = \dfrac{3x+2}{2x+4}$.
Montrer que la fonction g est bornée sur [–1 ; 5] et donner un encadrement de $h(x)$.

Rappel des propriétés des inégalités : Pour tout a,b,c, et $k \in \mathbb{R}$:

Vues en 3ème:	**Vues en Seconde** :
Addition & soustraction P_1: Si $a < b$, alors $a+c < b+c$ et $a - c < b - c$ Multiplication et division P_2: Si $a < b$, et $k > 0$, alors $ka < kb$ et $a/k < b/k$ P_3: Si $a < b$, et $k < 0$, alors $ka > kb$ et $a/k > b/k$	Addition membre à membre P_4: Si $a < b$ et $c < d$, alors $a + c < b+d$ Multiplication membre à membre (nb positifs) P_5: Si $0 < a < b$ et $0 < c < d$, alors $0 < ac < bd$ Inverse : (entre nombres strictement positifs) P_6: Si $0 < a < b$, alors $1/a > 1/b$

4. Sens de variation d'une fonction

Définition 5.

Soit I un intervalle de $\mathbb{R}$ et soit f une fonction définie sur I. On dit que :
f est *croissante sur* I lorsque : pour tous u et v dans I : Si $\boldsymbol{u < v}$ alors $\boldsymbol{f(u) \leq f(v)}$
f est *strictement croissante sur* I lorsque : pour tous u et v dans I :
Si $\boldsymbol{u < v}$ alors $\boldsymbol{f(u) < f(v)}$; la fonction f *conserve* le sens des inégalités.
f est décroissante sur I lorsque : pour tous u et v dans I : Si $\boldsymbol{u < v}$ alors $\boldsymbol{f(u) \geq f(v)}$
f est strictement décroissante sur I lorsque : pour tous u et v dans I :
Si $\boldsymbol{u < v}$ alors $\boldsymbol{f(u) > f(v)}$; la fonction f *change* le sens des inégalités.
f est monotone sur I si f est croissante sur I ou décroissante sur I.
f est strictement monotone sur I si f est strictement croissante sur I ou strictement décroissante sur I.

Remarques :
1°) Il est clair que ces notions ne sont valables que sur un intervalle. Un exemple classique est celui de la fonction inverse $f : x \to \frac{1}{x}$. Cette fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ est strictement décroissante sur chacun des deux intervalles $]-\infty ; 0[$ et $]0 ; +\infty[$, mais elle n'est pas décroissante globalement sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

2°) En classe de seconde, nous avons appris le sens de variation de certaines fonctions de référence : les fonctions *affines* $x \to ax+b$, la fonction *carrée* $x \to x^2$, la fonction *cube* $x \to x^3$ et la fonction *inverse* $f : x \to \frac{1}{x}$.

Dans ce chapitre, nous allons donner le sens de variation de nouvelles fonctions de référence : la fonction *racine carrée* $x \to \sqrt{x}$ et la fonction *valeur absolue* $x \to |x|$.

4. Parité d'une fonction

Définition 6.

Soit D un intervalle ou une réunion d'intervalles de $\mathbb{R}$. On dit que D est symétrique par rapport à zéro ou que D est centré en zéro, si et seulement si :

Pour tout $x \in \mathbb{R}$: [$x \in D$ ssi $-x \in D$]

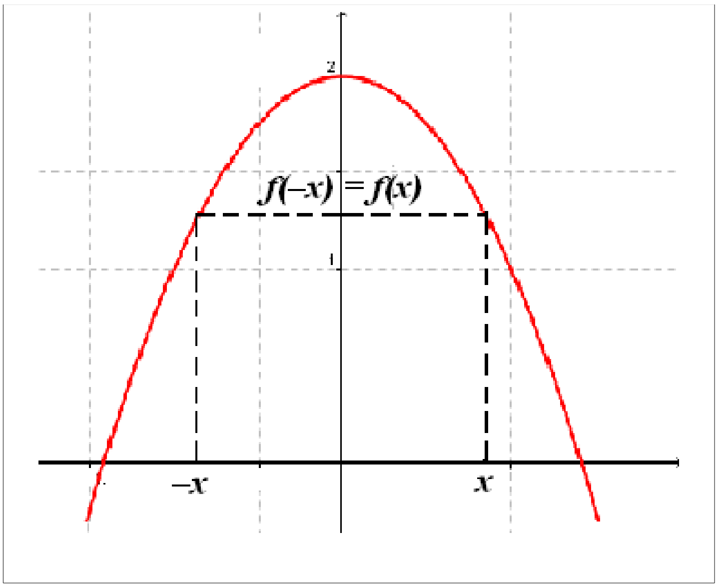
Exemples.
$\mathbb{R}$, $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, $[-2 ; 2]$, $\mathbb{R} \setminus \{-1 ; +1\}$ sont symétriques par rapport à zéro.
$\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, $[1 ;+\infty[$ ne sont pas symétriques par rapport à zéro.

Définition 5.

Soit D un intervalle ou une réunion d'intervalles $\mathbb{R}$ et f une fonction définie sur D.
On dit que la fonction f est ***paire*** lorsque : (2 conditions)
1°) le domaine de définition D est symétrique par rapport à zéro ;
2°) et pour tout $x \in D$: [$f(-x) = f(x)$]

Théorème 1.

Dans un repère orthogonal, la courbe représentatative d'une fonction paire est *symétrique par rapport à l'axe des ordonnées*.



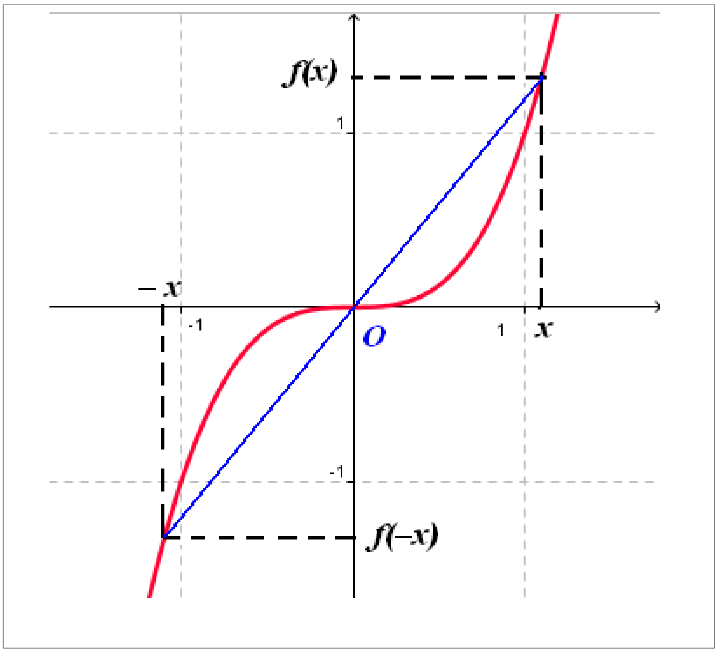
Exemple :(modèle)
La fonction carrée $x \rightarrow x^2$ définie sur $\mathbb{R}$ est une fonction paire car $\mathbb{R}$ est symétrique par rapport à zéro et pour tout $x \in \mathbb{R}$:
$f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$

Définition 6.

Soit D un intervalle ou une réunion d'intervalles $\mathbb{R}$ et f une fonction définie sur D.
On dit que la fonction f est ***impaire*** lorsque : (2 conditions)
1°) le domaine de définition D est symétrique par rapport à zéro ;
2°) et pour tout $x \in D$: [$f(-x) = -f(x)$]

Théorème 2.

Dans un repère orthogonal, la courbe représentatative d'une fonction paire est *symétrique par rapport à l'origine O du repère*.



Exemple :(modèle)
La fonction cube $x \rightarrow x^3$ définie sur $\mathbb{R}$ est une fonction impaire car $D_f = \mathbb{R}$ est symétrique par rapport à zéro et pour tout $x \in \mathbb{R}$:
$f(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x)$

5. La fonction racine carrée

5.1°) Étude de la fonction racine carrée

Tout nombre positif ou nul x admet une racine carrée notée $\sqrt{x}$. C'est le nombre positif ou nul dont le carré est égal à x. Le domaine de définition de la fonction $f : x \to \sqrt{x}$ est donc $D_f = [0\,;+\infty[$.

Le domaine de définition n'est pas symétrique par rapport à zéro, donc la fonction racine carrée n'est ni paire, ni impaire. Par conséquent, sa courbe n'est pas symétrique par rapport à l'axe *(Oy)* ni par rapport à O.

Théorème 3.

La fonction $f : x \to \sqrt{x}$ définie sur $[0\,;+\infty[$, est strictement croissante sur son domaine de définition $D_f = [0\,;+\infty[$.

Soit u et $v \in [0\,;+\infty[$.
Supposons que $u < v$. Donc $0 \leq u < v$. Donc $u - v < 0$.
Comme $u \geqslant 0$ on a $\sqrt{u} \geqslant 0$ et comme $v > u$, on $\sqrt{v} > 0$ donc $\sqrt{u} + \sqrt{v} > 0$ donc $\neq 0$.
On a alors, en multipliant par l'expression conjuguée (I.R. n°3) :

$$f(u) - f(v) = \sqrt{u} - \sqrt{v} = \frac{(\sqrt{u} - \sqrt{v})(\sqrt{u} + \sqrt{v})}{(\sqrt{u} + \sqrt{v})} = \frac{u - v}{(\sqrt{u} + \sqrt{v})} < 0.$$

En effet, par hypothèse $u - v < 0$ et $\sqrt{u} + \sqrt{v} > 0$, le dernier quotient est négatif.
Donc $f(u) - f(v) < 0$. Par conséquent, $f(u) < f(v)$.

Conclusion . La fonction $f : x \to \sqrt{x}$ est strictement croissante sur $[0\,;+\infty[$.

5.2°) Tableau de variations

x	0	$+\infty$
$f(x)$	0	$\nearrow$

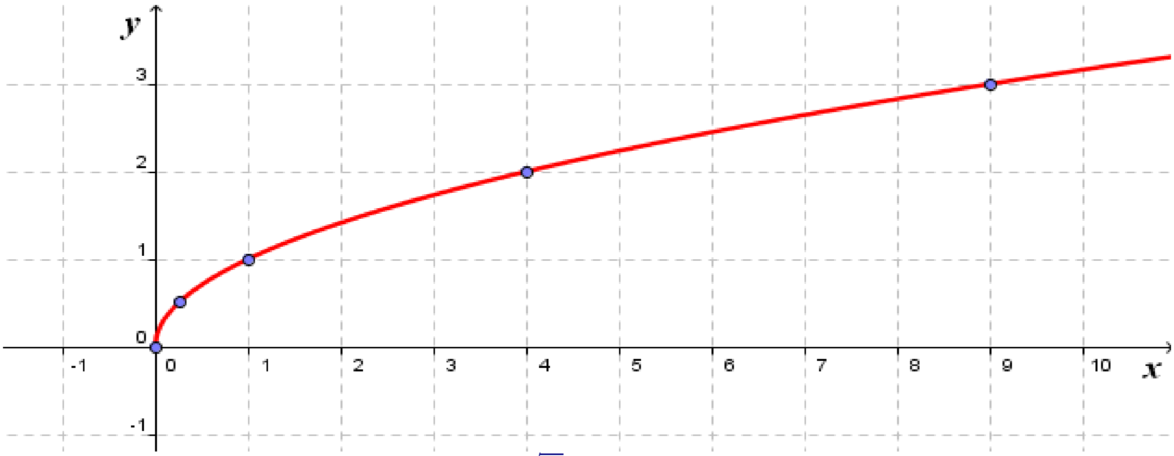
5.3°) Tableau de valeurs

Un tableau de quelques valeurs permet la construction de la courbe :

x	0	$\frac{1}{4}$	1	4	9
$f(x)$	0	$\frac{1}{2}$	1	2	3

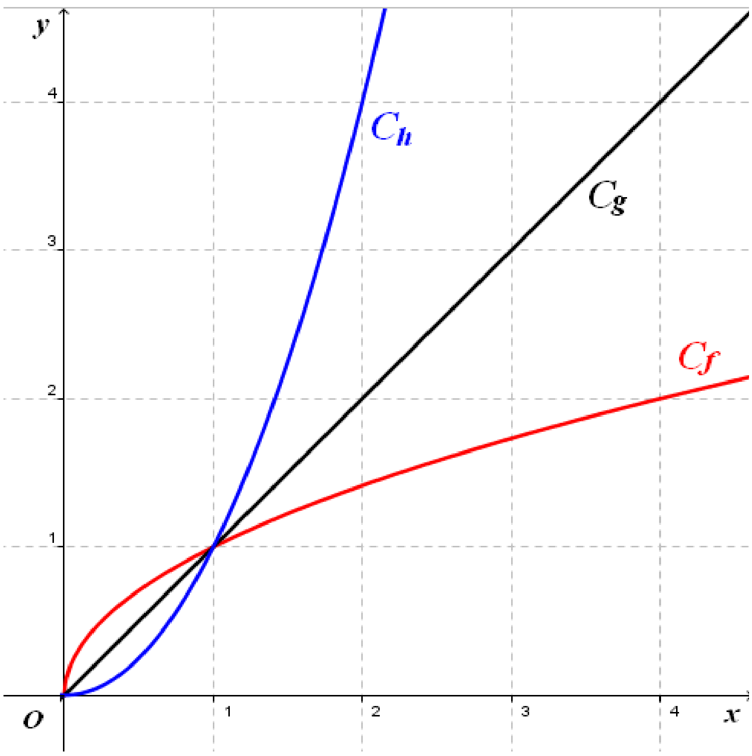
5.4°) Tracé de la courbe

Dans un repère orthonormé (O, I, J) on a :



5.5°) Comparaison des fonctions $\sqrt{x}$, x et x^2

Sur l'intervalle [0 ; +∞ [, on considère les trois fonctions $f : x \rightarrow \sqrt{x}$, $g : x \rightarrow x$ et $h : x \rightarrow x^2$. Ces trois fonctions sont strictement croissantes sur [0 ; +∞ [.
On peut faire une étude algébrique comparative deux à deux de ces trois fonctions. [Voir ci-dessus]. Nous pouvons également les comparer graphiquement.



On peut résumer ces donnée de la manière suivante :

- Pour tout $x \in [0 ;1]$ $f(x) \geqslant g(x) \geqslant h(x)$. Donc, $f \geqslant g \geqslant h$ sur [0 ;1].
- Pour tout $x \in [1; +\infty[$: $f(x) \leqslant g(x) \leqslant h(x)$. Donc, $f \leqslant g \leqslant h$ sur [1; +∞ [.

Remarque : La courbe C_f est le symétrique de la courbe C_h par rapport à la droite C_g.
La droite C_g d'équation « $\boldsymbol{y = x}$ » s'appelle *la première bissectrice*.
La *deuxième bissectrice* est la droite d'équation « $\boldsymbol{y = -x}$ ».

6. La fonction valeur absolue

6.1°) La valeur absolue d'un nombre

Définition 7.

Pour tout nombre réel *x,* la ***valeur absolue*** de *x* notée | *x* |, est égale à *x* si *x* est positif ou nul et à (–*x*) si *x* est négatif. On écrit :

Pour tout $x \in \mathbb{R}$: $|x| = \begin{cases} x \text{ lorsque } x \geqslant 0 \\ -x \text{ lorsque } x \leqslant 0 \end{cases}$

En fait la notion de *valeur absolue* d'un nombre réel est la même que la notion de *distance à zéro* de ce nombre, vue en classe de 5ème pour apprndre les nombres relatifs.

Exemples.

a) $|-5| = 5$; $|\pi - 5| = -(\pi - 5) = 5 - \pi$ puisque $\pi - 5 < 0$.

b) $|x - 2| = \begin{cases} x - 2 \; si \; x \geqslant 2 \\ 2 - x \; si \; x \leqslant 2 \end{cases}$

Remarques.

(P1) : Pour tout $x \in \mathbb{R}$: $|-x| = |x|$

(P2) : Pour tout $x \in \mathbb{R}$: $|x| = 0$ si et seulement si $x = 0$.

6.2°) La valeur absolue d'un nombre

La valeur absolue est définie pour tous les nombres réels. Donc le domaine de définition de la fonction $f : x \to |x|$ est donc $D_f = \mathbb{R}$.

Le domaine de définition est symétrique par rapport à zéro. De plus, pour tout $x \in \mathbb{R}$ $f(-x) = |-x| = |x| = f(x)$. Donc la fonction f est paire ; sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'axe (Oy).

En fait, la fonction $f : x \to |x|$ est une *fonction affine* ***par morceaux.*** En effet :

- Sur l'intervalle $]-\infty ; 0]$, f est égale à la fonction strictement décroissante $x \to -x$;
- Sur l'intervalle $]0; +\infty[$, f est égale à la fonction strictement croissante $x \to x$.

Théorème 4.

La fonction $f : x \to |x|$ définie sur $\mathbb{R}$, est

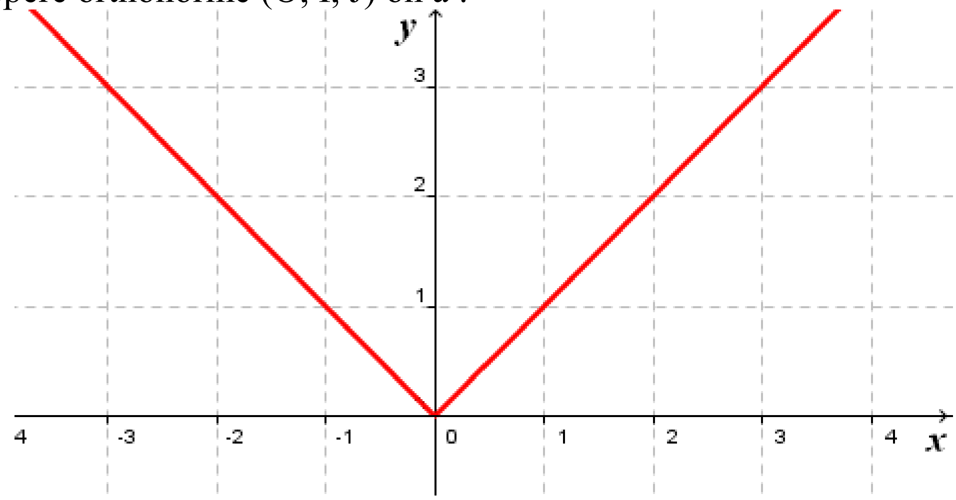
- strictement décroissante sur l'intervalle $]-\infty ; 0]$;
- et strictement croissante sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$.

6,3°) Tableau de variations

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↘	0	↗

6.4°) Tracé de la courbe

Dans un repère orthonormé (O, I, J) on a :



7. Fonctions associées

7.1°) Variations de la fonction : $x \to u(x)+k$

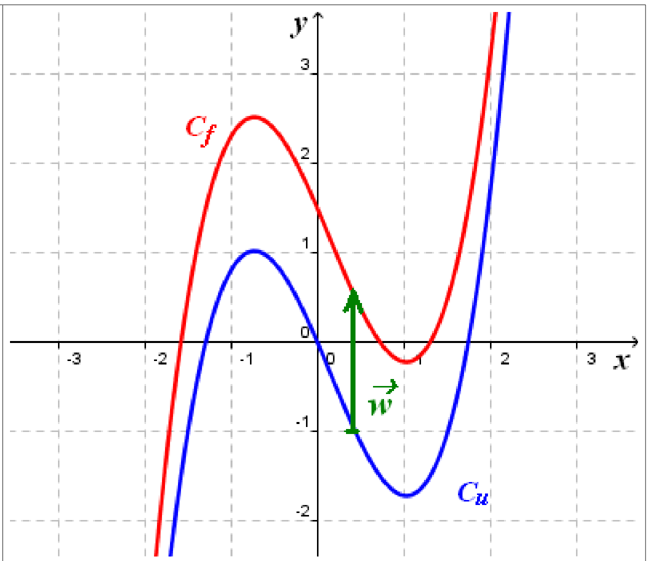
Soit D un intervalle ou une réunion d'intervalles de $\mathbb{R}$.

Théorème 5.

Soit u une fonction définie sur D et k un nombre réel fixé.
On définit la fonction f sur D par $f(x) = u(x)+k$ pour tout $x \in D$. Alors :

1. les fonctions u et $u+k$ varient dans le *même sens* sur D ;
2. dans un repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$), la représentation graphique de la fonction $u+k$ se déduit de celle de u par la translation de vecteur $\vec{w}$ de coordonnées (0 ; k).

$$\vec{w} = k.\vec{j}$$



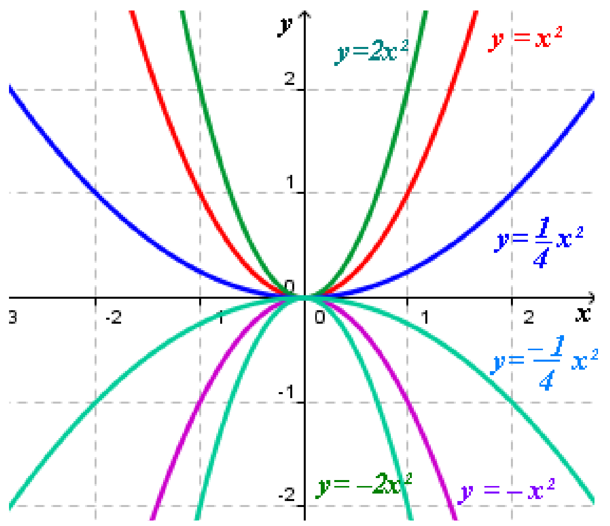
7.2°) Variations de la fonction : $x \to \lambda.u(x)$

Soit D un intervalle ou une réunion d'intervalles de $\mathbb{R}$.

Théorème 6.

Soit u une fonction définie sur D et λ un nombre réel fixé.
On définit la fonction f sur D par $f(x) = \lambda.u(x)$ pour tout $x \in D$. Alors :

1. Si λ *est positif*, les fonctions u et $\lambda.u$ varient dans le *même sens* sur D ;
2. Si λ *est négatif*, les fonctions u et $\lambda.u$ varient dans en *sens contraires* sur D.



Remarques.
1°) Dans un repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$), les courbes d'équations $y = \lambda.u(x)$ et $y = - \lambda.u(x)$ sont symétriques par rapport à l'axe des abscisses.
2°) Si $|\lambda| >1$, alors la courbe de $\lambda.u$ est plus fine que la courbe de u.
Et si $|\lambda| < 1$, alors la courbe de $\lambda.u$ est plus large que la courbe de u.

7.3°) Variations de la fonction : $x \to \sqrt{u(x)}$

Soit D un intervalle de $\mathbb{R}$.

Théorème 6.

Soit u une fonction définie sur D et telle que pour tout $x \in D$, $u(x)$ est positif ou nul.
On définit la fonction f sur D par $f(x)=\sqrt{u(x)}$.
Alors les fonctions u et $\sqrt{u}$ varient dans le *même sens* sur D.

Démonstration
Supposons que u est croissante sur D. Montrons qu'il en est de même pour $\sqrt{u}$.
Soient a et b deux nombres dans D.
Supposons que $a < b$. Par hypothèse, u est croissante sur D, donc elle conserve le sens des inégalités. Donc $u(a) < u(b)$. Or, $u(a) \geq 0$ et $u(b) \geq 0$ et on sait que la fonction racine carrée est croissante sur $[0; +\infty[$, donc $\sqrt{u(a)}<\sqrt{u(b)}$. Donc $f(a)<f(b)$. Ce qui prouve que la fonction f est également croissante.

On démontre aussi que : si u est décroissante sur D, il en est de même pour $\sqrt{u}$.

7.3°) Variations de la fonction : $x \to \dfrac{1}{u(x)}$

Soit D un intervalle ou une réunion d'intervalles de $\mathbb{R}$.

Théorème 6.

Soit u une fonction définie sur D et telle que pour tout $x \in D$, $u(x)$ est non nul et garde un signe constant. On définit la fonction f définie sur D par $f(x) = \dfrac{1}{u(x)}$.
Alors les fonctions u et $1/u$ varient dans *en sens contraires* sur l'intervalle D.

Démonstration

Supposons que u est croissante sur D. Montrons que $1/u$ est décroissante sur D.
Soient a et b deux nombres dans D.
Supposons que $a < b$. Par hypothèse, u est croissante sur D, donc elle conserve le sens des inégalités. Donc $u(a) < u(b)$ et par suite $u(b) - u(a) > 0$. Or, $u(a) \neq 0$ et $u(b) \neq 0$ et $u(a).u(b) > 0$. Donc : $f(a) - f(b) = \dfrac{1}{u(a)} - \dfrac{1}{u(b)} = \dfrac{u(b)-u(a)}{u(a)u(b)} > 0$.
Donc $f(a) > f(b)$. Ce qui prouve que la fonction f est décroissante.
Conclusion. Les deux fonctions u et $1/u$ varient en sens contraire sur D.

On démontre aussi que : si u est décroissante sur D, alors la fonction $1/u$ est croissante.

Exemple.

Étudier le sens de variation de la fonction $x \to f(x) = \dfrac{1}{x-1}$ sur $D =]1\,;+\infty[$.
La fonction $u : x \to u(x) = x-1$ est définie, non nulle et strictement croissante sur D.
Donc la fonction f est strictement décroissante sur D. On a le tableau de variations et la courbe comme suit :

x	1		$+\infty$
$u(x)$		$\nearrow$	
$f(x)$	$\Vert$	$\searrow$