Chapitre 3

Calcul littéral

I. Activités

Activité n°1 p.30 A et B. (voir cahier d'exercices)

Périmètre et aire d'un carré.

Périmètre et aire d'un rectangle

II. Expressions littérales

1) Expression numérique

Définition

Une expression numérique est une suite d'opérations sur les nombres.

Exemple : « A = 3x5 + 7,6 : 2 » est une expression numérique.

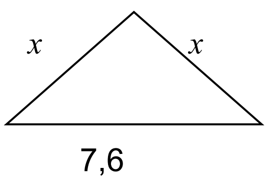
Une expression numérique doit être « *bien construite* » (on dit *respecter la syntaxe*) et avoir *un sens*.

Exemple : « B = 35x+ :7,62 » est « mal construite », donc aussi elle n'a aucun sens.

2) Expression littéral

Définition : Une expression littérale est une expression numérique dans laquelle un ou plusieurs nombres sont désignés par des lettres.

Exemple :



- « A = 2 x x + 7,6 » est une expression littérale.

  Elle exprime le périmètre du triangle ci-contre,

  Où x désigne la longueur du côté du triangle isocèle.

  On dit que l'on a exprimé l'aire du triangle en fonction de x.

3) Simplification d'écriture

Règle : On peut supprimer <u>le signe de multiplication x</u> (lorsque cela ne conduit pas à une confusion), c'est-à-dire : devant une lettre ; devant une parenthèse.

Exemples : Les expressions « A = 5 x x », « B = 3 x 5 x x » et « C = 2 x (x + y) » s'écrivent respectivement : « A = 5 x », « B = 3 x 5 x » et « C = 2(x + y)».

<u>Inversement</u> : Dans une expression littérale, en l'absence de signe d'opération, il s'agit d'une multiplication.

Exemples :

Entre deux lettres	a x b	= ab
Entre un chiffre et une lettre	2 x a	= 2a
Entre une lettre et une parenthèse	a x (b + 5)	= a (b + 5)
Entre un chiffre et une parenthèse	2 x (a + 1)	= 2 (a + 1)
Entre deux parenthèses	(a – 2) x (b + 5)	= (a – 2) (b + 5)

Mais attention ! Ne pas supprimer le signe x entre deux chiffres ! 3 x 5 $\neq$ 35.

4) Cas particuliers

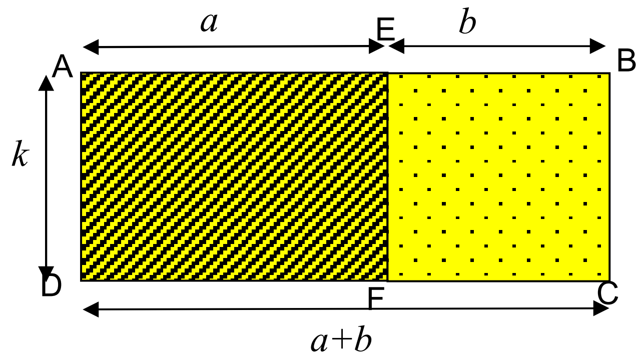
Si la lettre a désigne un nombre, alors « a x a » se note « a^2 » et se lit « a au carré » et alors « a x a x a » se note « a^3 » et se lit « a au cube ».

Exemples : « 5 au carré » s'écrit : 5^2 = 5x5 = 25

et « 5 au cube » s'écrit : 5^3 = 5x5x5 = 125 .

5. La distributivité de la multiplication.

1°) Activité n°3 page 30



1°) Exprimer l’aire du grand rectangle ABCD en fonction des lettres a, b et k.

2°) Exprimer l’aire du rectangle ABCD comme somme de deux aires.

Propriété 1 : *Pour multiplier un nombre par une somme, on peut effectuer les calculs de deux manières :*

– *On calcule d’abord la somme puis on effectue la multiplication*

– *On peut multiplier ce nombre par chaque terme, puis on calcule la somme,*

On obtient le même résultat.

Quels que soient les nombres k, a et b, on a :

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

Définition : ***On dit que la multiplication est distributive par rapport à l’addition.***

Exemples : Calculer l’expression suivante de deux manières : A = 5 x (2+8).

1ère manière :

Je respecte la priorité des parenthèses :

A = 5 x **(2+8)**

A = 5 x 10

A = 50

2ème manière

J’utilise la distributivité

A = **5 x 2 + 5 x 8**

A = 10 + 40

A = 50

Propriété 2 : *Pour multiplier un nombre par une différence, on peut effectuer les calculs de deux manières :*

– *On calcule d’abord la différence puis on effectue la multiplication*

– *On peut multiplier ce nombre par chaque terme, puis on calcule la différence,*

On obtient le même résultat.

Quels que soient les nombres k, a et b, on a :

$$k \times (a - b) = k \times a - k \times b$$

Définition : ***On dit que la multiplication est distributive par rapport à la soustraction.***

Exemples : Calculer l'expression suivante de deux manières B = 1,5 x (7,5 – 3,5) :

1ère manière :

Je respecte la priorité des parenthèses :

B = 1,5 x **(7,5 – 3,5)**

B = 1,5 x 4

B = 6

2ème manière

J'utilise la distributivité

B = **1,5 x 7,5** – **1,5 x 3,5**

B = 11,25 – 5,25

B = 6

Bien sûr, on obtient le même résultat avec les deux manières et il y a toujours une manière plus facile que l'autre !

6. Développer. Factoriser.

Développer

k x (a + b) = k x a + k x b

k x (a – b) = k x a – k x b

Factoriser

La propriété de distributivité fonctionne dans les deux sens. Elle permet de transformer un produit en une somme ou une différence ou l'inverse.

Définitions :

– Développer, c'est transformer un produit en une somme ou une différence.

– Factoriser, c'est écrire l'expression sous la forme d'un produit de facteurs.

Exemples :

1°) Développer les expressions suivantes puis calculer si c'est possible :

A = 2 (5 + 7)	**B = 2 (a – 3)**	**C = 5 (a + b)**	D = a (x + y)
A = 2 x 5 + 2 x 7	B = 2 x a – 2 x 3	C = 5 x a + 5 x b	D = a x x + a x y
A = 10 + 14	B = 2a – 6	C = 5a + 5b	D = a x + a y
A = 24			

2°) Factoriser l'expression suivante : E = 1,27x6,8 + 1,27x3,2 et calculer astucieusement :

Pour cela, il faut chercher un facteur commun aux deux termes.

Cette expression est composée de deux termes ; chacun est un produit. Les deux produits contiennent un facteur commun. E = 1,27x 6,8 + 1,27x 3,2. Puis on applique la propriété 1 dans l'autre sens ! On obtient : E = 1,27x (6,8 + 3,2).

Finalement, on simplifie : E = 1,27 x10 donc E = 12,7.

3°) Factoriser l'expression suivante : E = 8a –12. Pour cela, il faut chercher un facteur commun aux deux termes. Or, 8 = 4x2 et 12 = 4x3. Donc E = 4 x 2a – 4 x 3. On obtient : E = 4 x (2a – 3) qu'on peut simplifier par : E = 4(2a – 3).

7. Application au calcul mental

Exemples : Multiplication par 11, par 9, par 21, par 19, … il suffit d'écrire 11 = 10 +1

26 x 11 = 26 x (10 + 1)
= 26 x 10 + 26 x 1
= 260 +26
= 286

26 x 9 = 26 x (10 – 1)
= 26 x 10 – 26 x 1
= 260 – 26
= 234

26 x 21 = 26 x (20 + 1)
= 26 x 20 + 26 x 1
= 520 +26
= 546

26 x 19 = 26 x (20 – 1)
= 26 x 20 – 26 x 1
= 520 – 26
= 494

8. Notion d'égalité

Définition : Une égalité est constituée de deux membres séparés par un signe =.

Propriété : Une égalité est vraie lorsque ses deux membres sont égaux quel que soit le choix des valeurs données aux lettres.

Exemples : 1°) L'égalité « 5 x 6 = 20 +10 » est **une égalité vraie**, ses deux membres sont tous les deux égaux à 30.

2°) L'égalité « $5x + 3x = 8x$ » est une égalité vraie pour toutes les valeurs de x, ses deux membres sont égaux. En effet, d'après la propriété de distributivité, on a :

$5x + 3x = (5 + 3)x = 8x$. Ce qui est vrai.

3°) Certaines égalités ne sont pas toujours vraies : « $5 + 3x = 8x$ ».

En effet, si $x = 1$, on a bien égalité : « 5 + 3x1 = 8x1 ». Mais si on choisit d'autres valeurs de x, par exemple $x = 2$, cette égalité devient fausse :

A gauche : 5 + 3x2 = 5+6 = 11 et à droite : 8x2 = 16 et 11≠16. Donc il n'y a pas égalité.