Chapitre 1

Calculs numériques

Ecriture décimale

1. Rappels de Cinquième

1.1. Addition de nombres relatifs.

Règle 1: *Pour additionner deux nombres relatifs de même signe :*

– on additionne les distances à zéro des deux nombres ;

– et on conserve le signe commun aux deux nombres.

Exemples : A = (+2) + (+3)

A = + (2 + 3)

A = + 5

$\boxed{A = 5}$

B = (–2) + (–3)

B = – (2 + 3)

B = – 5

$\boxed{B = 5}$

Règle 2: *Pour additionner deux nombres relatifs de signes contraires :*

– on soustrait la plus petite distance à zéro de la plus grande ;

– et on garde le signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro.

Exemples : A = (–2) + (+3)

A = + (3 – 2)

A = + 1

$\boxed{A = 1}$

B = (+2) + (–3)

B = – (3 – 2)

$\boxed{B = – 1}$

1.2. Opposé d'un nombre relatif

Deux nombres relatifs sont opposés s'ils ont la même distance à zéro et des signes contraires. L'opposé d'un nombre relatif x se note $-x$. Donc

$$\boxed{\text{opposé de } x = -x}$$

Par définition, l'opposé de l'opposé d'un nombre relatif x est égal à lui-même. Donc :

$$\boxed{-(-x) = x}$$

Exemples : L'opposé de (+3) est – 3. Donc : – (+3) = – 3.

L'opposé de (– 3) est + 3. Donc : – (– 3) = + 3 = 3.

Remarque : La somme de deux nombres relatifs opposés est égale à zéro.

1.3. Soustraction de nombres relatifs.

Règle 3 : *Pour soustraire un nombre relatif, on ajoute son opposé.*

$$a - b = a + (-b)$$

Exemples : A = (–12) – (+3)

A = –12 + (– 3)

$\boxed{\text{A} = -15}$

B = (–12) – (–3)

B = –12 + (+3)

B = –12 + 3

$\boxed{\text{B} = -9}$

1.3. Somme algébrique

Définition: Une somme algébrique est une suite d'additions et de soustractions.

Règle 4 : *On peut simplifier directement l'écriture d'une somme algébrique. On transforme les soustractions en additions. On supprime les opposés. On peut donc changer l'ordre des termes et faire des groupements « judicieux » pour effectuer les calculs.*

Exemples : Simplifier puis calculer de deux manières l'expression :

A = (–7)– (– 3)+(– 5)+ (+6) +7 – (+8)

On calcule dans l'ordre :

A = –7+ 3 – 5 + 6 +7 – 8

A = 3 – 5 + 6 – 8

A = –2 + 6 – 8

A = 4 – 8

$\boxed{\text{A} = -4}$

On regroupe les termes de mêmes signes :

A = –7+ 3 – 5 + 6 +7 – 8

A = 3 – 5 + 6 – 8

A = (3+6) + (– 5 – 8)

A = 9 + (–13)

$\boxed{\text{A} = -4}$

2. Multiplication de nombres relatifs

2.1. Multiplication de deux décimaux relatifs. Règle des signes.

Règle 5 : *Pour multiplier deux nombres relatifs, on multiplie leurs distances à zéro et on applique la règle des signes :*

– Le produit de deux nombres de même signe est positif.

– Le produit de deux nombres de signes contraires est négatif.

Exemples : (– 3) x (+5) = –15 (– 5) x (– 2) = 10 (+2) x (+7) = 14

Règle 5 bis : Simplification. Quels que soient les nombres relatifs a et b, on a :

$$(-a)\times(-b)=ab$$

$$(-a)\times b=-ab$$

$$a\times(-b)=-ab$$

En particulier : Le carré d'un nombre relatif est toujours positif.

Si x est un nombre relatif, alors son carré $x^2=x\times x$ est un nombre positif.

2.2. Multiplication de plusieurs nombres relatifs.

Propriété : *Pour multiplier plusieurs nombres relatifs, on multiplie leurs distances à zéro et on applique la règle des signes :*

– Si le nombre de facteurs négatifs est pair, alors le produit est positif.

– Si le nombre de facteurs négatifs est impair, alors le produit est négatif.

Exemples : Calculer A = (–1) x (+2) x (– 3) x (+4) x (– 5) x (+6)

Il y a trois facteurs négatifs, donc le produit est négatif. Par conséquent :

A = – 1x 2 x3 x 4 x 5 x 6

A = – 720

Remarque : On peut changer l'ordre des facteurs et faire des groupements judicieux pour faciliter les calculs. Le produit ne change pas.

3. Division de deux nombres relatifs

Règle 6 : *Pour diviser deux nombres relatifs (le diviseur étant différent de zéro), on divise leurs distances à zéro et on applique la règle des signes :*

– Le quotient de deux nombres de même signe est positif.

– Le quotient de deux nombres de signes contraires est négatif.

Exemples : A = (– 15) ÷ (+ 5) = – 3 B = (– 15) ÷ (– 3) = 5

4. Valeur approchée d'un quotient

– Si la division s'arrête, alors le quotient exact est un nombre décimal.

Exemple : 8 ÷ 5 = 1,6 | 000… = 1,6.

– Si la division ne s'arrête pas, alors le quotient exact n'est pas un nombre décimal. On garde l'écriture fractionnaire.

Exemple : 6 ÷ 7 = 0,857142|857142|85…

Rappel : *Tronquer = couper à une position donnée.*
Arrondir = Chercher le nombre décimal le plus proche à une position donnée.

– Le quotient approché au centième près par défaut = Troncature au centième.

$$q = 6 \div 7 \approx 0,85.$$

– Le quotient approché arrondi au centième près est

$$q = 6 \div 7 \approx 0,86.$$

5. Règles de priorité des opérations

Règles de priorité : *Dans une suite de calculs sur les nombres relatifs, on applique les mêmes règles de priorité des opérations. Autrement dit, on effectue dans l'ordre :*

1°) Les opérations entre parenthèses en commençant par les parenthèses les plus « intérieures » ;

2°) Les carrés et les cubes ; (voir plus loin « les puissances ») ;

3°) Les multiplications et les divisions dans l'ordre où elles se présentent ;

4°) Et enfin les additions et les soustractions dans l'ordre où elles se présentent.

4. Calcul de la valeur d'une expression littérale.

4.1. Expression littérale

Définition : Une expression littérale est une suite d'opérations sur les nombres relatifs dont certains sont remplacés par des lettres appelées inconnues ou variables.

Exemple : A = $x^2 + 7x - 5$ est une expression littérale d'inconnue x.

4.2. Calcul d'une expression littérale

Pour calculer une expression littérale pour $x = 3$, on remplace x par 3 dans l'expression A puis on effectue les calculs en respectant les règles de priorité des opérations.

Exemple : Calculer la valeur de A pour $x = 3$, puis pour $x = -2$

Pour $x = 3$

A = 3² + 7 x 3 – 5

A = 9 + 21 – 5

A = 30 –5

$\boxed{\text{A = 25.}}$

Pour $x = -2$

A = (–2)² + 7 x (–2) – 5

A = (–2)x(–2) + 7 x (–2) – 5

A = 4 –14 – 5

A = –10 – 5

$\boxed{\text{A = –15.}}$