Les suites numériques

Ce que dit le programme : Suites arithmétiques et géométriques

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
Suites arithmétiques et géométriques Expression du terme général.	- Écrire le terme général d'une suite arithmétique ou géométrique définie par son premier terme et sa raison. ◊ Calculer avec la calculatrice ou le tableur la somme de *n* termes consécutifs (ou des *n* premiers termes) d'une suite arithmétique ou géométrique.	Pour les suites géométriques, on se limite aux suites à termes strictement positifs. Pour certaines résolutions, le tableur est indispensable. L'expression de la somme de *n* termes consécutifs n'est pas un attendu du programme. Exemples : emprunt à annuités constantes, valeur actuelle d'une suite d'annuités constantes.
Comparaison de suites.	- Dans le cadre de résolution de problèmes, comparer deux suites géométriques, une suite géométrique et une suite arithmétique.	Exemples : intérêts simples, intérêts composés ; taux équivalent, taux proportionnel

1. Rappels de 1ère STMG

1.1) Définitions

Une suite numérique est une liste de nombres réels « numérotés » avec les nombres entiers naturels en commençant soit à partir de 0 ; soit à partir de 1, ou de 2. La suite se note : (u_n). Le nombre u_n s'appelle le *terme de rang n* ou le *terme d'indice n* ou encore le *terme général* de la suite. Pour $n = 0$, u_0 s'appelle le *premier terme* ou le *terme initial* de la suite. Si la suite commence au rang $n = 1$, le premier terme est u_1

Si u_n est le terme général d'une suite, alors u_{n-1} est le *terme précédent* et u_{n+1} est le *terme suivant* du terme u_n.

1.2) Deux types de définition des suites

Définition des suites type 1 :

Lorsque le terme général s'écrit en fonction de l'entier n, on dit que la suite est définie explicitement en fonction de n. $u_n = u(n)$ s'appelle *l'expression explicite* de la suite.

Exemple : Les nombres de la liste L_1 : 0 ; 3 ; 6 ; 9 ; 12 ; 15; …. sont les termes d'une suite définie explicitement par : $u_n=3\times n$ ou encore $u_n=3n$ pour tout $n\geqslant 0$.

Définition des suites type 2 :

Lorsqu'une suite est définie par la donnée d'un (premier) terme et par une relation qui permet de calculer chaque terme en fonction du terme précédent pas à pas. On dit que la suite est définie par récurrence.

Exemple : Les nombres des deux listes L_2 : 10 ; 13 ; 16 ; 19 ; … et L_3 : 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; … sont les termes de deux suites (u_n) et (v_n) définies par récurrence de la manière suivante :

L_2 : $\begin{cases} u_0=10 & \textit{Un (premier) terme donné} \\ u_{n+1}=u_n+3 & \textit{Une formule de récurrence} \end{cases}$ et L_3 : $\begin{cases} v_0=1 \\ v_{n+1}=2\times v_n \end{cases}$, $n\geqslant 0$.

Remarque : Dans la définition d'une suite récurrente, on donne un (premier) terme et une formule de récurrence qui permet de calculer chaque terme en fonction du terme précédent. On peut aussi écrire :

Pour la liste L_2 : $\begin{cases} u_0=10 \\ u_n=u_{n-1}+3 \end{cases}$ et pour la liste L_3 : $\begin{cases} v_0=1 \\ v_n=2\times v_{n-1} \end{cases}$, $n\geqslant 1$

Le calcul des premiers termes est très facile. Par contre, pour calculer v_{25} , il faut calculer v_{24} et pour cela v_{23} et tous les termes précédents. *C'est trop long pour un calcul à la main ! On peut donc utiliser un tableur ou la calculatrice.*

1.3) Avec un tableur

Pour calculer les termes d'une suite avec un tableur :

Suites définies explicitement	**Suites récurrentes**
<table><tr><th></th><th>A</th><th>B</th></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>= u(A1)</td></tr><tr><td>2</td><td>=A1+1</td><td>= u(A2)</td></tr></table> Sélectionner A2B2, puis tirer vers le bas, jusqu'à la valeur de *n* cherchée dans la colonne A. Les termes de la suite sont dans la colonne B.	<table><tr><th></th><th>A</th><th>B</th></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>v_0 (donné)</td></tr><tr><td>2</td><td>=A1+1</td><td>= v(B1)</td></tr></table> Sélectionner A2B2, puis tirer vers le bas, jusqu'à la valeur de *n* cherchée dans la colonne A. Les termes de la suite sont dans la colonne B.

1.4) Avec une calculatrice

Texas : TI82 Stats et modèles sup. ***[E] = Enter [V]=Vert***	***Casio : Graph 35+ et modèles sup.***
Taper sur la touche **MODE** Sélectionner **SEQ** ou **SUITE** Sélectionner **Y=**, ou ***f(x)=*** , puis : **nMin=...** Valeur du 1er rang = 0 ou 1 **u(n)=...**, Expression suite explicite **u(nMin)=...**, Terme initial à rentrer pour une suite récurrente. **[V]TABLE**, donne la table des valeurs. ***Les flèches de directions permettent d'obtenir les valeurs suivantes.***	Taper sur la touche **MENU** Sélectionner **RECUR** Sélectionner **TYPE (F3)** **an = An+B** , Définition explicite **an+1=Aan+Bn+C**, Suite récurrente **an+2 = Aan+1+Ban+...**, Suite récurrente du 2ème ordre... Hors pgm Rentrer la formule, puis **(F5) SET**, détermine début et fin du rang et le terme initial, suites récurrentes. **(F6) TABLE**, ***donne la table des valeurs.***

II. Suites arithmétiques

2.1) Suites arithmétiques définies par récurrence

Définition 1. :

Soit r un nombre réel donné. On dit qu'une suite (u_n) est une ***suite arithmétique de raison r***, lorsqu'on donne un ***premier terme*** u_0 et chaque terme s'obtient en ajoutant r au terme précédent.
Autrement dit : $u_0 \in \mathbb{R}$ est donné et pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = u_n + r$,

Si le terme initial est u_0.

$$u_0 \xrightarrow{+r} u_1 \xrightarrow{+r} u_2 \xrightarrow{+r} u_3 \; \cdots \; u_n \xrightarrow{+r} u_{n+1}$$

Si la suite commence au rang 1, on commence à partir de u_1.

Exemple : La suite définie par $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 0{,}5 \end{cases}$ est une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 2$ et de raison $r = 0{,}5$. Calculons les 2 termes suivants :
Le 2ème terme : $\mathbf{u_1} = u_0 + r = 2 + 0{,}5 = \mathbf{2{,}5}$. Le troisième terme $\mathbf{u_2} = u_1 + r = 2{,}5 + 0{,}5 = \mathbf{3}$.

2.2) Comment reconnaître qu'une suite est arithmétique ?

Il suffit de calculer et de montrer que la différence entre deux termes consécutifs quelconques $u_{n+1} - u_n =$ constante. Cette constante, indépendante de n, est la raison r de la suite arithmétique.

2.3) Définition explicite d'une suite arithmétique

Théorème :

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r.

- Si le premier terme est u_0, alors le terme général de la suite est donné par $u_n = u_0 + nr$, *pour tout entier* $n \geqslant 0$.
- Si le premier terme est u_1, alors le terme général de la suite est donné par $u_n = u_1 + (n-1)\, r$, *pour tout entier* $n \geqslant 1$.
- Si on connaît le terme de rang p, c'est-à-dire u_p, alors le terme général u_n de la suite est donné par : $u_n = u_0 + (n-p)\, r$, *pour tout entier* $n \geqslant p$.

Exemples :

1°) La suite définie par $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 0{,}5 \end{cases}$ est une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 2$ et de raison $r = 2{,}5$. Calculons u_{10} et u_{50} :
Cette suite commence au rang 0. On utilise la *formule explicite* : $u_n = u_0 + nr$.
Donc : $\mathbf{u_{10}} = u_0 + 10 \times r = 2 + 10 \times 0{,}5 = \mathbf{7}$ et $\mathbf{u_{50}} = u_0 + 50 \times r = 2 + 50 \times 0{,}5 = \mathbf{27}$.

2°) Soit (u_n) une suite arithmétique telle que $u_{19} = 35$ et $u_{22}= 47$. Calculer la raison r puis le premier terme de la suite.

- Entre u_{19} et u_{22}, il y a trois pas, donc trois raisons : 22 – 19 = 3.
  Donc $u_{22}=u_{19}+(22-19)\times r$. Ce qui donne : 47 = 35+ 3x r. Donc 3 r = 12.
  Par conséquent r = 4.
- Pour calculer le premier terme u_0, je (ré)utilise la formule explicite. $u_n = u_0 + nr$. Par exemple : $u_{19} = u_0 + 19r$, donc $35 = u_0 + 19\text{x}4$, donc $u_0 = 35 - 19\text{x}4 = 35 - 76 = -41$.
  Par conséquent $u_0 = -41$.

3°) Vincent dépose un capital bloqué de 1000 € dans un compte épargne qui lui rapporte 55 € par an (qu'il peut retirer). On appelle C_n le capital acquis à la fin de l'année n.

a) Quelle est la nature de la suite (C_n). Préciser sa raison et son premier terme.
b) Calculer C_1 et C_2.
c) Déterminer le capital acquis à la fin de la 10ème année.
d) Au bout de combien d'années le capital va-t-il doubler. Justifier.

III. Suites géométriques

3.1) Suites géométriques définies par récurrence

Définition 1. :

Soit q un nombre réel positif. On dit qu'une suite (v_n) est une ***suite géométrique de raison q***, lorsqu'on donne un premier terme v_0 et chaque terme s'obtient en multipliant le terme précédent par q.
Autrement dit : $v_0 \in \mathbb{R}$ est donné et pour tout entier naturel n : $v_{n+1}=v_n\times q=q\,v_n$.

Si le terme initial est v_0.

$$v_0 \xrightarrow{\times q} v_1 \xrightarrow{\times q} v_2 \xrightarrow{\times q} v_3 \cdots v_n \xrightarrow{\times q} v_{n+1}$$

Si la suite commence au rang 1, on commence à partir de v_1.

Exemple : La suite définie par $\begin{cases} v_0=3 \\ v_{n+1}=2\times v_n \end{cases}$ est une suite géométrique de premier terme $v_0 = 3$ et de raison $q = 2$. Calculons les 2 termes suivants :
Le 2ème terme : $\mathbf{v_1} = v_0 \times q = 3 \times 2 = \mathbf{6}$. Le troisième terme $\mathbf{v_2} = v_1 \times q = 6 \times 2 = \mathbf{12}$.

3.2) Comment reconnaître qu'une suite est géométrique ?

Il suffit de calculer et de montrer que le quotient $\dfrac{v_{n+1}}{v_n}$ = constante . Cette constante indépendante de n, est la raison q (comme quotient) de la suite géométrique.

3.3) Définition explicite d'une suite géométrique

Théorème :

Soit q un nombre réel positif. Soit (v_n) une suite géométrique de raison q.

- Si le premier terme est v_0, alors le terme général de la suite est donné par pour tout entier $n\geqslant 0$: $v_n=v_0 q^n$

- Si le premier terme est v_1, alors le terme général de la suite est donné par pour tout entier $n \geqslant 1$: $v_n = v_1 q^{n-1}$
- Si on connaît le terme de rang p, c'est-à-dire v_p, alors le terme général v_n de la suite est donné par : $v_n = v_p q^{n-p}$ *, pour tout entier* $n \geqslant p$.

<u>Exemple</u> : 1°) La suite définie par $\begin{cases} v_0 = 0{,}5 \\ v_{n+1} = 2 \times v_n \end{cases}$ est une suite géométrique de premier terme v_0 = 0,5 et de raison q = 2. Calculons v_{10} et v_{15} :
Cette suite commence au rang 0. On utilise la *formule explicite* : $v_n = v_0 q^n$.
Donc : $\boldsymbol{v_{10}} = v_0 \times q^{10} = 0{,}5 \times 2^{10} = 0{,}5 \times 1024 = \mathbf{512}$ et $\boldsymbol{v_{15}} = v_0 \times q^{15} = 0{,}5 \times 2^{15} = \mathbf{16384}$.

2°) Soit (v_n) une suite géométrique de raison q, telle que $v_2 = 6$ et $v_5 = 162$.

a) Calculer une la valeur exeacte de sa raison q.

b) En déduire la valeur exacte de v_{10}.

a) On sait que : $v_5 = v_2 q^{(5-2)} = v_2 q^3$. Donc : $162 = 6 \times q^3$. Ce qui donne : $q^3 = 162/6 = 27$.
Par conséquent : $q = 27^{\frac{1}{3}} = 3$. **<u>Conclusion</u>** : La suite (v_n) a pour raison $\boldsymbol{q = 3}$.
b) On sait que : $v_{10} = v_2 q^{(10-2)} = v_2 q^8$. Donc : $v_{10} = 6 \times 3^8 = 39366$. **<u>Conclusion</u>** : $\boldsymbol{v_{10} = 39366}$.

3.4) Application

<u>Exemple :</u>
1°) Le propriétaire augmente le loyer de son appartement de 0,5% par an.
Sachant que le loyer annuel est de 7200 € en 2004, calculer le montant des loyers annuels en 2005, 2006 puis en 2012.

2°) Vincent dépose 1000 € dans un compte épargne qui lui rapporte 5,5% d'intérêts par an et se rajoute au capital. On appelle C_n le capital acquis à la fin de l'année n.

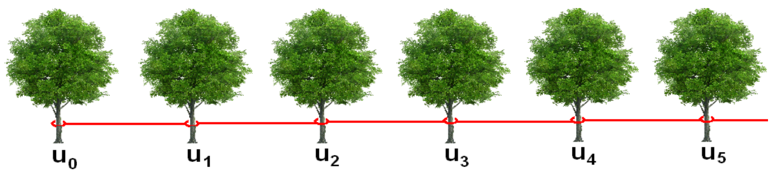
a) Quelle est la nature de la suite (C_n). Préciser sa raison et son premier terme.

b) Calculer C_1 et C_2.

c) Déterminer le capital acquis à la fin de la 10ème année.

d) Au bout de combien d'années le capital va-t-il doubler. Justifier.

IV. Sommes de termes consécutifs d'une suite



4.1) Nombre de termes

Commençons par dénombrer (compter le nombre) des termes :
De 0 à 5 il y a *6 termes*, alors que : 5 – 0 = *5 = nombre de raisons*, ou d'intervalles.
Par contre, le nombre de termes = 6 = 5 – 0 +1 = le nombre de « cordes ».
Donc, le nombre de termes = différence des rangs + 1.

<u>Propriété</u> : Soit (u_n) une suite numérique. Alors le nombre de raisons de u_p à u_n $(n>p)$ est égal à $n-p$ et le nombre de termes de u_p à u_n est égal à $n-p+1$.

Exemple : Le nombre de termes de 0 à 17 est égal à 17 – 0 +1 = 18 termes.
Le nombre de termes de 5 à 17 est égal à 17 – 5 +1 = 13 termes.

4.2) Somme des termes d'une suite numérique

Définition 1.

Soit (u_n) une suite numérique. Alors
1°) la somme des k premiers termes consécutifs de la suite (u_n) est donnée par

$$S_k = u_0 + u_1 + \cdots + u_{k-1}$$

1°) la somme des termes consécutifs de la suite (u_n) du rang p au rang n est :

$$S'_k = u_p + u_{p+1} + \cdots + u_n \quad \text{avec } k = n - p + 1.$$

Exemples :
1°) La somme des 10 premiers termes de la suite (u_n) de premier terme u_0 est :

$$S_k = u_0 + u_1 + \cdots + u_9$$

2°) La somme des 10 premiers termes de la suite (u_n) de premier terme u_1 est :

$$S_k = u_1 + u_2 + \cdots + u_{10}$$

3°) Pour calculer la somme des 10 premiers termes de la suite (u_n) de premier terme u_{12} , je dois d'abord déterminer le rang final.
On pose k – 12 + 1 = 10 donne $k = 21$. Ainsi, 21 – 12 + 1 = 10 ✓ . Donc :

$$S_k = u_{12} + u_{13} + \cdots + u_{21}$$

4.3) Calcul de la somme des termes d'une suite à l'aide d'un tableur

Exemple : A l'aide d'un tableur, calculer la somme des cinq termes d'une suite arithmétique de premier terme $u_{10} = 28$ et de raison 13. (de u_{10} à u_{14}).

	A	B	
1	Rang n	Un	L'entête
2	10	28	Les premiers termes
3	= A2+1	= B2+13	Formules de départ
4	12	54	copie
5	13	67	automatique
6	14	80	vers le bas
7	S =	= SOMME(B2:B6)	Formule de la somme

- Taper le ***premier rang*** dans A2. Ajouter 1 dans A3.
  Puis sélectionner A3 et copier la formule jusquà A6.
- Taper le ***premier terme*** dans B2. Ajouter **13** (la raison) dans B3.
  Puis sélectionner B3 puis copier la formule jusquà B6.
- Enfin, dans la cellule B7, rentrer la formule de la somme. Et voilà !✓

4.4) Calcul de la somme des termes d'une suite à l'aide d'une calculatrice

Texas : TI82 Stats et modèles sup. ***[E] = Enter [V]=Vert***	***Casio : Graph 35+ et modèles sup.***
Taper sur la touche **MODE** puis **SUIT** ou **SEQ** Puis **2nde** **LIST** (au-dessus de STATS). Sélectionner **MATHS** puis **5:SUM(** Alors **SUM(** s'affiche. Recommencer : Taper sur la touche **2nde** **LIST** Sélectionner **OPS** puis **5:SEQ(** ou **SUITE(**. Remplir les données, pour ***n***, utiliser **X,T,θ,n** **Sum(Seq(formule, variable, début, fin, pas))** Expr : 10 + 13*n* Variable : *n* Start : 0 (début) End : 4 (fin) Step : 1 (pas du rang) Paste puis [Entrer]. On obtient : SUM(SEQ(10+13n,n,0,4,1) puis [Entrer] On obtient : 180. Eh voilà ! ✓	Taper sur la touche **MENU** Sélectionner **RUN** puis **EXE** Taper sur la touche **OPTN** (à côté de Shift) **F6** pour trouver **List** puis **Sum**. **F6** pour trouver **Seq** puis la sélectionner. Remplir les données : **Sum Seq(formule, variable, début, fin, pas)** Ce qui donne : Sum Seq(10+13N,N,0,4,1) puis [Entrer]. On obtient : 180. Eh voilà ! ✓

4.5) Formule de la somme des termes d'une suite arithmétique

(*La formule de la somme des termes d'une suite arithmétique n'est pas un attendu du programme*)

Propriété : Soit (u_n) une suite arithmétique. Alors la somme des $n+1$ premiers termes consécutifs de la suite (u_n) est :

$$S_{n+1}=\frac{nombre\ de\ termes\times(premier+dernier\ termes)}{2}$$

En particulier : $$S_{n+1}=u_0+u_1+\cdots+u_n=\frac{(n+1)(u_0+u_n)}{2}$$

4.6) Formule de la somme des termes d'une suite géométrique

(*La formule de la somme des termes d'une suite géométrique n'est pas un attendu du programme*)

Propriété : Soit (u_n) une suite géométrique de premier terme v_0 et de raison q. Alors la somme des $n+1$ premiers termes consécutifs de la suite (v_n) est :

$$S_{n+1}=\frac{premier\ terme\times\left(1-q^{nombre\ de\ termes}\right)}{1-q}$$

Ce qui donne (si 0 < q < 1) : $$S_{n+1}=v_0+v_1+\cdots+v_n=\frac{v_0\left(1-q^{n+1}\right)}{1-q}$$

ou encore (si q > 1) : $$S_{n+1}=\frac{v_0\left(q^{n+1}-1\right)}{q-1}$$

V. Comparaison des suites arithmétiques et géométriques.

5.1) Exemple 1. Comparaison de deux suites géométriques.

En l'an 2000, la ville A compte 28000 habitants et la ville B compte 35000 habitants.
La ville A connaît un fort développement et sa population croît de 6% par an, alors que la ville B croît de 3%.
(u_n) et (v_n) désignent les nombres en ***milliers*** d'habitants des villes A et B respectivement en l'an (2000+n).

1°) Calculer u_1 et v_1. Comparer les deux valeurs. Traduire le résultat en langage courant.
2°) Quelle est la nature des suites (u_n) et (v_n). Préciser leurs raisons et leurs premiers termes.
3°) Déterminer le nombre d'habitants des deux villes en 2010. Que constatez-vous ?
4°) Au bout de combien d'années la ville A comptera-t-elle plus d'habitants que la ville B ?
a) Justifier en utilisant la calculatrice.
b) Puis en utilisant un tableur.
c) avec un algorithme

1°) Attention a_n et b_n désignent les nombres de ***milliers*** d'habitants. [Arrondir au millième.]

$u_1 = 28*(1 + 6\%) = 28*1,06 =$ **29,680**

et $v_1 = 35*(1 + 3\%) = 35*1,03 =$ **36,050**

Conclusion : En 2001, la ville A compte 29680 habitants et la ville B, 36050 habitants.
En 2001, la ville A compte **moins** d'habitants que la ville B.

2°) Le taux dévolution de la population de la ville A est de +6%. Donc, le coefficient multiplicateur est $k = 1+ t = 1+6\% = 1,06$. Par suite, (u_n) est une suite géométrique de raison $q = 1,06$ et de premier terme $a_0 = 28$.
De même, (v_n) est une suite géométrique de raison $q' = 1,03$ et de premier terme $b_0 = 35$.

3°) En 2010, le rang des deux suites est : n = 2010 – 2000 = 10.
Pour calculer les valeurs de (u_{10}) et (v_{10}) , j'utilise la formule explicite des deux suites :
$u_n = u_0\, q^n = 28*(1,06)^n$ et $v_n = v_0\, q'^{\,n} = 35*(1,03)^n$. On a alors :

En 2010, n = 10 et :

$u_{10} = 28*(1,06)^{10} = 50,1437355 \simeq 50,144$

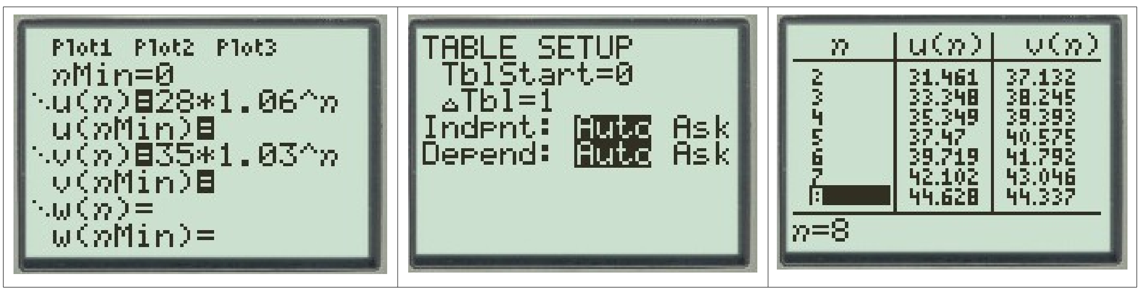
$v_{10} = 35*(1,03)^{10} = 47,0370732 \simeq 47,037$

Conclusion : En 2010, la ville A compte 50144 habitants et la ville B, 47037 habitants.
En 2010, la ville A compte maintenant **plus** d'habitants que la ville B.

4°) Cherchons à partir de quelle année, la ville A comptera-t-elle plus d'habitants que la ville B.

a) A la calculatrice :

1ère méthode : En ***mode*** « SUITES », je rentre les deux formules de u_n et v_n dans la calculatrice avec
nMin = 0   u(n)=28*1,06^n   u(nMin)= *rien*   v(n)=35*1,03^n   v(nMin)= *rien*
Je règle le « débTable = 0 » et le pas de la table « PasTable = 1 » puis j'affiche la table de valeurs des deux suites. Je fais défiler les termes et je regarde à partir de quel rang u(n) dépasse v(n).



Résultat : $\boldsymbol{u(n) > v(n)}$ à partir de $\boldsymbol{n = 8}$.
Conclusion : On a : u(8) = **44,628** et v(8) = **44,337**. Par conséquent, à partir de 2008, le nombre d'habitants de la ville A dépasse le nombre d'habitants de la ville B.

2ème méthode : En mode « FONCTIONS », je rentre les deux formules de u_n et v_n dans la calculatrice avec $n = X$.
Y1 = 28*1,06^X
Y2 = 35*1,03^X
Avec « GRAPHE », je constate que les deux courbes se coupent entre n = 7 et n = 8.
Par conséquent, à partir de 2008, le nombre d'habitants de la ville A dépasse le nombre d'habitants de la ville B. Avec « TABLE » je détermine les valeurs correspondantes en 2008 (n=8) : u(8) = **44,628** et v(8) = **44,337**.

a) Avec un tableur :
Dans les colonnes A, B et C, je rentre respectivement le rang n, u(n) et v(n).
Dans A2, je tape 0 et dans A3, je rentre la formule : =A2+1 et je copie sur le reste de la colonne.
Dans B2 et C2, je rentre les formules : =28*1,06^A2 et =35*1,03^A2 je copie sur le reste des deux colonnes B et C.

	A	B	C
1	Rang n	Population A	Population B
2	0	28,000	35,000
3	1	29,680	36,050
4	2	31,461	37,132
5	3	33,348	38,245
6	4	35,349	39,393
7	5	37,470	40,575
8	6	39,719	41,792
9	7	42,102	43,046
10	8	44,628	44,337
11	9	47,305	45,667
12	10	50,144	47,037

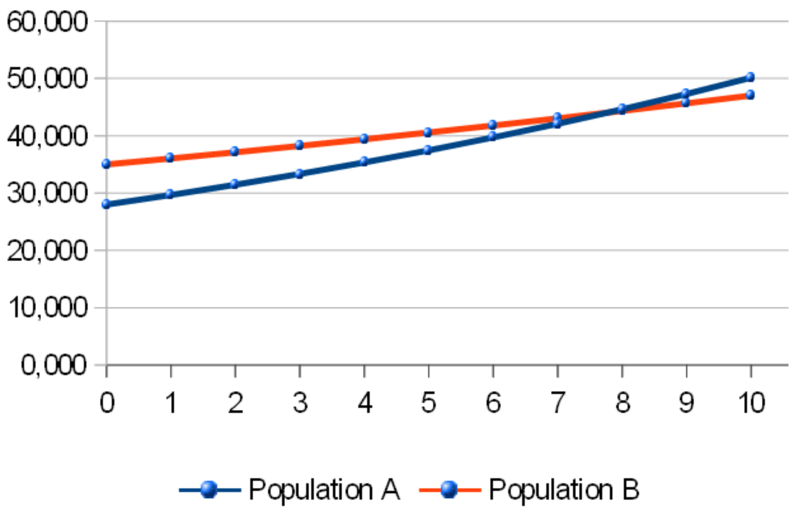
On dispose de trois méthodes pour déterminer le rang n

1ère méthode : Par lecture du tableau ligne par ligne, je compare ***une à une*** les valeurs de $u(n)$ et $v(n)$ [méthode trop longue...]. Ici, je trouve : $\boldsymbol{n = 8}$.

2ème méthode : Je rajoute une colonne D au tableau pour « ***Tester*** » laquelle des valeurs est plus grande : dans D2, je rentre la formule : =SI(B2>C2 ; "A > B" ; "rien") et je copie sur le reste de la colonne. On obtient :

	A	B	C	D	E
1	Rang n	Population A	Population B		
2	0	28,000	35,000	=SI(B2>C2;"A > B";"rien")	
3	1	29,680	36,050	rien	
4	2	31,461	37,132	rien	
5	3	33,348	38,245	rien	
6	4	35,349	39,393	rien	
7	5	37,470	40,575	rien	
8	6	39,719	41,792	rien	
9	7	42,102	43,046	rien	
10	8	44,628	44,337	A > B	
11	9	47,305	45,667	A > B	
12	10	50,144	47,037	A > B	

3ème méthode : Grâce à l'assistant graphique, je trace les deux courbes de u(n) et v(n) et je constate que la courbe de u(n), c'est-à-dire la population A dépasse la population B entre n = 7 et n = 8. Donc A > B pour n = 8.



Conclusion : Par conséquent, à partir de 2008, le nombre d'habitants de la ville A dépasse le nombre d'habitants de la ville B. Et avec le tableau, j'obtiens en 2008 : u(8) = **44,628** et v(8) = **44,337**.

c) avec un algorithme ALGOBOX

CODE DE L'ALGORITHME :

```
VARIABLES
  n EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  TANT_QUE (28*pow(1.06,n)<35*pow(1.03,n)) FAIRE
    DEBUT_TANT_QUE
    n PREND_LA_VALEUR n+1
    FIN_TANT_QUE
  AFFICHER "A > B pour n = "
  AFFICHER n
FIN_ALGORITHME
```

RÉSULTATS :

```
***Algorithme lancé***
A > B pour n = 8
***Algorithme terminé***
```

5.2) Exemple 2. Comparaison des suites arithmétiques et géométriques.

En l'an 2000, la ville A compte 30000 habitants et la ville B compte 50000 habitants.
La ville A connaît un fort développement et sa population croît de 6% par an, alors que la ville B croît de 2000 habitants par an. (u_n) et (v_n) désignent les nombres en ***milliers*** d'habitants des villes A et B respectivement en l'an $(2000+n)$.

1°) Calculer u_1 et v_1. Comparer les deux valeurs. Traduire le résultat en langage courant.
2°) Quelle est la nature des suites (u_n) et (v_n). Préciser leurs raisons et leurs premiers termes.
3°) Déterminer le nombre d'habitants des deux villes en 2010. Que constatez-vous ?
4°) Au bout de combien d'années la ville A comptera-t-elle plus d'habitants que la ville B ?
  a) Justifier en utilisant la calculatrice.
  b) Puis en utilisant un tableur.
  c) avec un algorithme

C'est le même exercice que le précédent. Seule différence, (v_n) est une suite arithmétique de raison $r = 2$ et de premier terme $v_0 = 50$.